

## 区間1次関数法による地磁気の周波数ゆらぎ解析

## First Order Frequency Fluctuation Analysis of the Geomagnetic Signals

西山 祐樹

Yuiki Nishiyama

主査 齊藤兆古

法政大学大学院デザイン工学研究科システムデザイン専攻修士課程

This paper concerns with the optimization problems in the frequency fluctuation characteristics analysis of the signals emitted from the geomagnetic by earthquake. To work out an excellent forecast system on earthquakes, we apply our 1st order frequency fluctuation analysis along with k-mean method to the geomagnetic field signals. According to our research on a relationship between the earthquakes and geomagnetic field signals, it has been found that both of the earthquakes and geomagnetic field signals are tightly related each other. Application of our 1st order frequency fluctuation analysis along with k-mean method makes it possible to clarify this fact in a most reasonable manner.

**Key Words** : geomagnetism, k-means method, first order frequency fluctuation analysis

## 1. 序論

2011年3月11日の東日本大震災発生後、従来の地震予知技術よりも正確な地震予知を可能とする方が模索されている。

現時点で正確な地震予知技術として期待されている方法を挙げると、断層などに代表される地質構造から変位・歪みなどの力学的なパラメータを用いるものから、地中のラジウムから生成されるラドン濃度を測定することによるものまで数多く存在する。長期的な発生確率を予測する長期予知については歴史的観点や地震の周期性から、高い精度で可能である。

一方、地震発生直前に正確に地震発生時間を予知する短期予知に関しては未だに方法が確立されておらず、地震予知の観点から大きな課題である。自然現象の予知は天気予報に代表されるように、日々の暮らしの中で重要なものである。しかし、完全な天気予報が不可能であると同様に確実な地震予知は不可能であろう。だからこそ、可能な限り確度の高い地震の予測や予知は、自然界の事象だけではなく、人類が構築する飛行機や列車などの安全性確保に必要な技術である。

地磁気は地球が持つ磁気であり、各点で向きと大きさを持つベクトル量である。地震等、自然現象と地磁気の抽象的関係は良く知られているが、両者を明確に関連付ける解析的な方法は筆者の知る限り存在しない。

本研究の主要な目的は、地磁気の健全性の定量的評

価を前提とした地磁気監視システムの開発への第一歩であり、その第一段階として地磁気データの特徴を抽出することである。

この地磁気の特徴を抽出する解析法として、揺らぎ周波数解析法を用いる。揺らぎ周波数解析法は、原子炉の主要構成材料である鉄材の中性子照射による劣化を強磁性体特有のバルクハウゼンノイズから診断する方法として2011年に提唱された、フーリエ・パワースペクトラムを入力としたシステムである。

一般的に周波数揺らぎとしてよく知られているのは $1/f$  ゆらぎである。これは風音やさざなみ、川のせせらぎなどの自然現象に多く含まれ、人間に癒し効果を与えることが知られている。また、Fig. 1の周波数揺らぎの中で、フーリエ・パワースペクトラムが周波数に対して減衰せず一定のものはホワイトノイズと呼ばれ、耳障りな音や不快感を覚える色彩や配列などから検出される。また $1/f^2$  ゆらぎと呼ばれる傾きが急峻で右下に垂下する周波数特性は単調な信号を意味し、人間に不快感を与えるとされている。そして、 $1/f$  ゆらぎはフーリエ・パワースペクトラムが周波数 $f$ に反比例するゆらぎのことをいう。ただし、 $f$ は0より大きく、範囲が有限である。

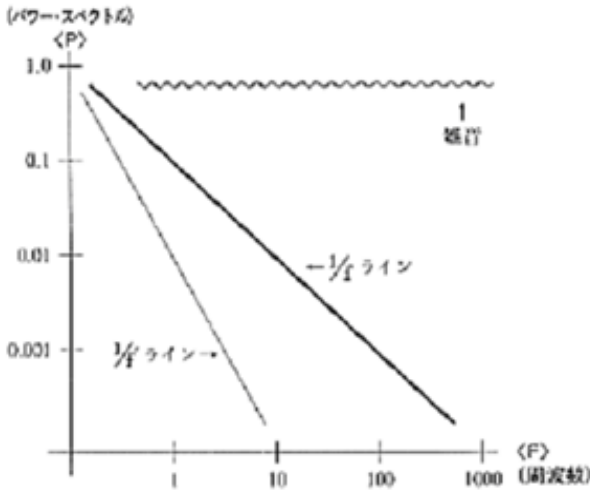


Fig. 1 Basic line of frequency fluctuation

従来のゆらぎ周波数解析法は  $1/f$  ゆらぎ周波数解析法とも呼ばれ、信号情報のフーリエ・パワースペクトラムと周波数両者の対数を取った Fig. 1 に示す両対数グラフに関して、周波数に対するフーリエ・パワースペクトラムの変化率を最小自乗法で一次近似し、得られる係数、すなわち傾きをフーリエ・パワースペクトラムの固有情報とし、その規則性や周期性を利用した信号処理方法である。すなわち、周波数とフーリエ・パワースペクトラム両者の対数値に対して、周波数に対するフーリエ・パワースペクトラムの変化率を  $a_0 + a_1 f$  なる周波数  $f$  に対する 1 次関数で近似する。 $a_0$  と  $a_1$  はそれぞれ 0 次と 1 次の周波数ゆらぎの係数であり、 $a_1$  は 1 次の周波数ゆらぎ特性を与える。特に、 $a_1=1$  の場合を  $1/f$  ゆらぎ特性と言う。この  $1/f$  ゆらぎ周波数解析法の技術的な問題として、近似する周波数範囲がある。

フーリエ・パワースペクトラムの周波数範囲を設定することで一次近似されるため、ある程度の知識、経験を持った人間が自らの知見に基づいて周波数範囲を設定する必要がある。この問題を克服するため、近似関数を 1 次関数から  $n$  次関数とした一般化周波数揺らぎ解析法が提案された[1]

すなわち、周波数に対するフーリエ・パワースペクトラムの変化率を  $a_0 + a_1 f + a_2 f^2 + \dots + a_n f^n$  なる  $n$  次関数で近似する。 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  それぞれの項は 0 次, 1 次, 2 次, ...,  $n$  次の揺らぎ周波数係数を与える。得られた揺らぎ周波数係数  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  を可視化し信号の特性を抽出する[1]。

地磁気データに一般化されたゆらぎ周波数解析法を適用した場合、関数の絶対値が大きく有意義と言える係数は概ね 4 次関数程度であることが判明した。よって、これらの 4 個の係数をそれぞれ、3 次元空間上の  $x, y, z$  軸値と座標点の色へ対応させることで可視化する。可視化した結果は地磁気の周期変化を与えることを述

べる。

## 2. 一般化された周波数ゆらぎ解析

### (1) 基本式

任意の信号の  $g(t)$  およびそのフーリエ・パワースペクトラム  $G(f)$  を考え、フーリエ・スペクトル  $G(f)$  および周波数  $f$  それぞれの対数を求める。縦軸に  $\log G(f)$ 、横軸に  $\log f$  として信号の  $g(t)$  の周波数特性を描く。すなわち、信号の周波数特性を  $x-y$  平面座標系で、横軸  $x$  を周波数  $f$  の対数、縦軸  $y$  をフーリエ・パワースペクトラムの対数として表す。

全周波数領域に対する周波数特性を表すために、式(1)の  $n$  次関数近似を適用する

$$h(f) = a_0 + a_1 f + a_2 f^2 + \dots + a_n f^n \quad (1)$$

式(1)の係数  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  は最小二乗法で決定される。

最小二乗法は、式(2)に基づいている。すなわち、式(1)の係数を要素とするベクトル  $A$  は式(2)で与えられる。

$$A = [C^T C]^{-1} C^T Y \quad (2)$$

ここで、上添え字 "T" は行列の転置を示し、ベクトル  $A, Y$ 、行列  $C$  はそれぞれ(3),(4),(5)式で与えられる。

$$A = [a_0 \quad a_1 \quad \dots \quad a_n]^T \quad (3)$$

$$Y = [h(f_0) \quad h(f_1) \quad \dots \quad h(f_m)] \quad (4)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & f_0 & f_0^2 & \dots & f_0^n \\ 1 & f_1 & f_1^2 & \dots & f_1^n \\ 1 & f_2 & f_2^2 & \dots & f_2^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & f_m & f_m^2 & \dots & f_m^n \end{bmatrix} \quad (5)$$

$m > n$

式(3)-(5)で、 $m$  は式の数であり、1Hz, 10Hz, 100Hz, 1000Hz,  $\dots$  などサンプル周波数の数と一致する。また、サンプル周波数の数  $m$  は、常に使用するデータの個数  $n$  より多い。以上より、常に  $m > n$  が成立する。このため、式(3)-(5)の条件は常に満たされる。

### (2) 一般化された揺らぎ周波数特性解析

前項で示した基本式を用い、揺らぎ周波数解析を行う。横軸を周波数、縦軸をフーリエ・パワースペクトラムとし、共に対数をとる。次に高次近似関数の係数を計

算する. その結果得られた係数の絶対値を吟味し, 近似の次数を決定する. 本論文では, 係数の絶対値から, 4次関数近似を採用した. 次に係数を 0 から 1 の値に正規化する. この係数を 3 次元空間上に可視化することで特徴を抽出する. 本研究では 4 次関数であるため, 正規化された係数の値をそれぞれ x 軸, y 軸, z 軸と座標点の色へ対応させて可視化する. ここで, 関数の固有情報として, 傾きを用いて解析するため定数項は無視している. フーリエ変換及び 4 次関数近似には数式処理ソフト Mathematica を使用した.

また, 近似の精度と係数の再現性の定量評価のため, 決定係数を用いる. 決定係数 R は, 以下の式(6)で与えられる.

$$R = 1 - \frac{\sum_i (y_i - f_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} \quad (6)$$

ここで,  $y_i(i=0, \dots, n)$  は標本値,  $f_i(i=0, \dots, n)$  は回帰方程式による推定値であり,  $\bar{y}$  は式(7)で与えられる.

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (7)$$

決定係数は寄与率と呼ばれ, 標本値から求めた回帰方程式の予測能力の尺度として利用される. 取り得る値の範囲は 0 から 1 であり, 値が小さいほど得られた回帰方程式の予測能力が低いことを意味している[4].

### 3. 地磁気に関する揺らぎ周波数解析

#### (1) 地磁気の要素

前項で説明した一般化された揺らぎ周波数解析を, 地磁気データへ適用する. 地磁気データはベクトル場で定義されている 3 次元ベクトル量である.

よって, ある観測点における地磁気を表現する場合, その表現には独立な 3 要素の値が必要である. 他の要素は, Fig.2 中の成分, Table.1 の要素, 式(8)を用いて, その 3 要素から求めることが出来る.

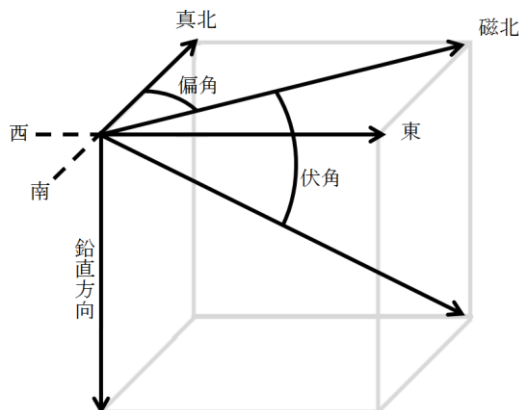


Fig.2 Geomagnetic decomposition element

Table.1 Geomagnetic elements

F	全磁力 (Total intensity)	地磁気の大きさ
D	偏角 (Declination)	F が水平面内で真北となす角度
I	伏角 (Inclination)	F が水平面となす角度
H	水平分力 (Horizontal component)	水平面内での地磁気の大きさ
Z	鉛直分力 (Vertical component)	鉛直面内での地磁気の大きさ
X	北向き成分 (Northward component)	南北方向軸上での地磁気の大きさ
Y	東向き成分 (Eastward component)	東西方向軸上での地磁気の大きさ

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \sqrt{H^2 + Z^2} \\ H &= F \cos(I) \\ X &= H \cos(D) \\ Y &= H \sin(D) \\ Z &= F \sin(I) \end{aligned} \quad (8)$$

独立した地磁気の 3 要素には, 水平分力  $H$ , 偏角  $D$ , 鉛直分力  $Z$  を用いたものや, 北向き成分  $X$ , 東向き成分  $Y$ , 鉛直分力  $Z$  など, いずれかの 3 つの要素を組み合わせ用いられるが, 全磁力  $F$ , 伏角  $I$ , 偏角  $D$  で記述されたものが最も多く利用されており, 地磁気の 3 要素と呼ばれる. また, それらの要素は磁束密度と角度に分けられ, それぞれの次元はテスラと分である. 地磁気は一般的な磁束密度より非常に小さいため, 総じて SI 接頭辞であるナノを使用し,  $nT$ (ナノテスラ) が用いられる. 角度についても同様の理由から分単位である.

地磁気は時間に依存して変化している. これは, 地球の磁気圏と大気圏の間に存在する電離層へ太陽光線が照射されることに起因し, 地球の自転に応じて 1 日周期の変化を持つ. これを地磁気の日変化と呼ぶ. これに対して, 数十年から数百年周期の変化を永年変化と呼ぶ. 例えば偏角は, 現在東京近辺において約 7 度であるが, 約 200 年前は真北と磁北はほぼ一致していた. また, 350 年ほど前に来朝したオランダ船の記録に拠れば, 約 8 度東であった. 以上のことから, 偏角の永年変化は, 約 350 年の年月を経て, 東から西へ約 15 度ということになる.

本研究においては, 地磁気要素の偏角成分に着目する. 地図上の北である真北と方位磁針が指し示す北で

ある磁北は僅かにずれており、この2つが成す角が偏角である。地磁気ベクトルの大きさとしてのスカラとは異なり、角度の次元を持つ伏角と偏角は、それぞれ任意の地点での真北と磁北との差を現している。従って偏角は、地理的な位置に対する地磁気の固有情報と成り得る。同様に地磁気情報が地理的な位置情報の関数と成り得るのである。すなわち、真北と地理情報を基準座標系とした解析が可能である。抛って、偏角は地理的な位置情報と地磁気情報とを関係づける情報として、様々な分野での活用が期待されている。また、自然現象による地磁気の変化は、偏角成分へ顕著に出ることが多い[2]。

研究ではこの地磁気ベクトルを分解した偏角成分に対して、前述した一般化されたゆらぎ周波数解析を適用する。ゆらぎ周波数解析により、1日で1個の座標点を得ることでき、これを一か月分集めて3次元空間に可視化する。具体的な結果を図6,7に示す。

このゆらぎ周波数解析において、数学的方法の1種である k-means 法で周波数範囲をクラスタリングする。

k-means 法によるクラスタリングはどのようなデータにも適用可能である。必要となるのは、集合内の各要素が他の要素とどのくらい離れているかを測る尺度、つまり要素  $u$  と  $v$  間の距離である。 $u$  と  $v$  はある2点を示すベクトルの各要素とする。この距離を式(9)のユークリッド距離で求める。

$$\sqrt{\sum (u-v)^2} \quad (9)$$

ユークリッド距離の平均をもとにしてクラスタ数を  $k$  個に分類するため k-means 法(k-平均法)と呼ばれる。

## (2) 地磁気の地震特性

前述した一般化された揺らぎ周波数解析法を地磁気に応用した例として、地磁気の周期変化を可視化する。これは、分系列で観測された地磁気の3成分をゆらぎ解析し、式(9)を用いた k-means 法による試行を1か月分データで3次元空間に表示したものである。また地磁気データは2008年に水沢観測所で観測されたものを用いた[3]。

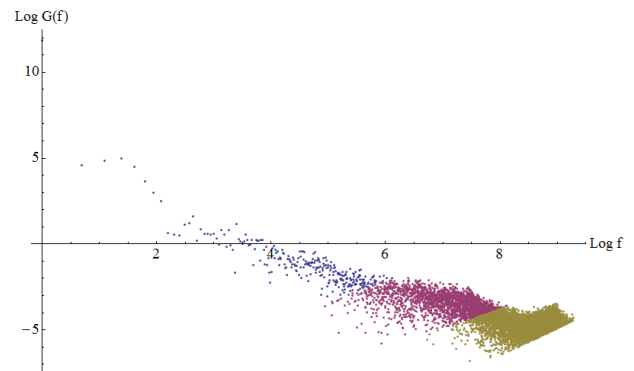


Fig.3 First Order Frequency Fluctuation Analysis by k-means method

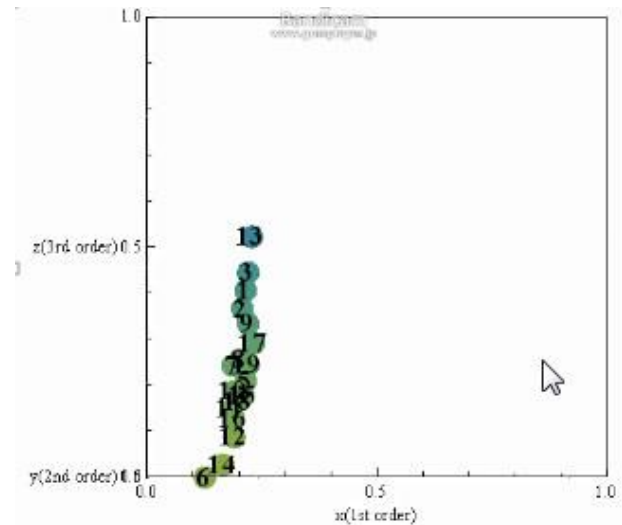


Fig.4 Wide-area distribution type

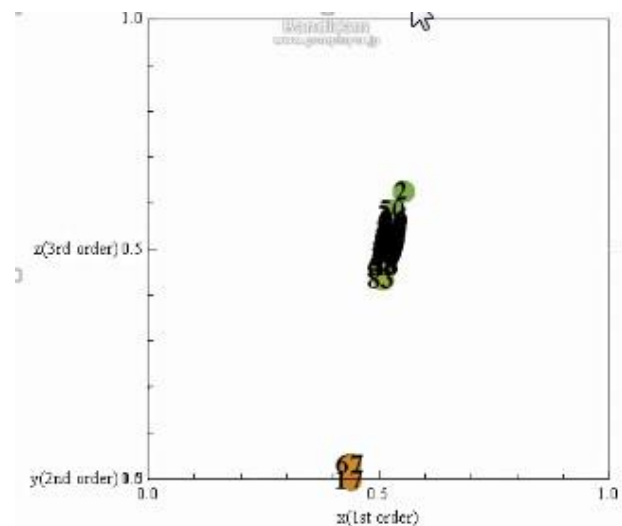
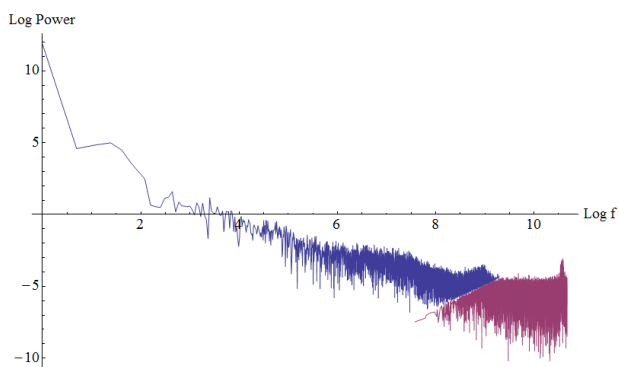


Fig.5 Jumped distribution type

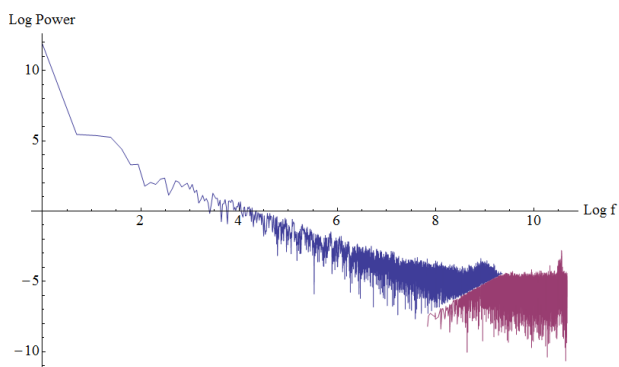
Fig. 3 には2011年2月16日から3月11日までにおける地磁気要素の偏角成分を両対数表示させた後に、低周波領域を抜き出して k-means 法によって3つに分割した結果の例を示す。そして式(1)から4次関数近似させ3Dプロットさせると Fig. 4 と Fig. 5 の2種類に分類することが出来た。これに震災地域における異常を照らしあわせてみると、2011年3月4日茨城県鹿

嶋市において海洋生物が多数打ち上げられた前後の日と、被災地各地で報告された動物の異常行動が確認された3月8日~10日において、平常時とは明らかに違うパターンになっているのが分かった。これにより人間には感知できない要素が動物には見分けられると共に、早期予知の要素でもありと考えられる。

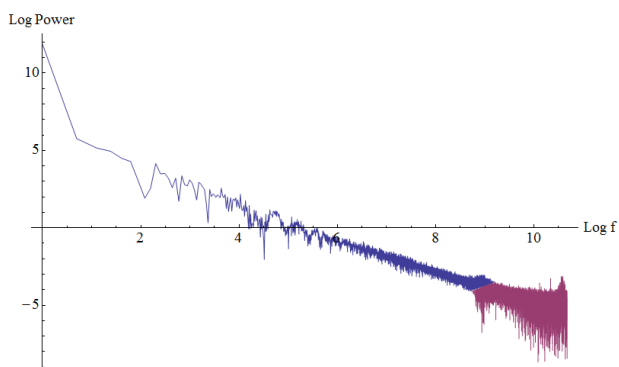
次に、震災より一ヶ月間における両対数表示の考察に入る。Fig. 6に平常時である2月16日と震災から4日前分の両対数表示させたものを示す。青色を低周波領域、赤色を高周波領域でそれぞれ表す。



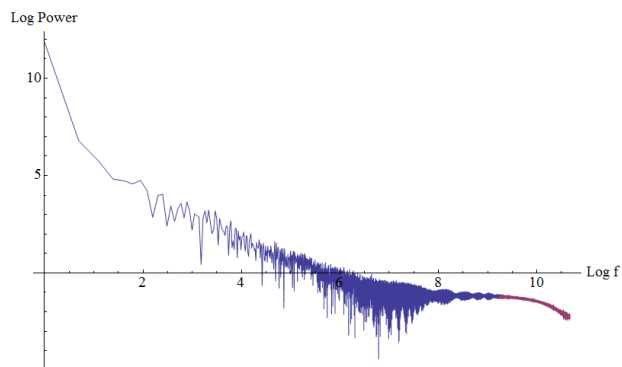
(a) 2011年2月16日



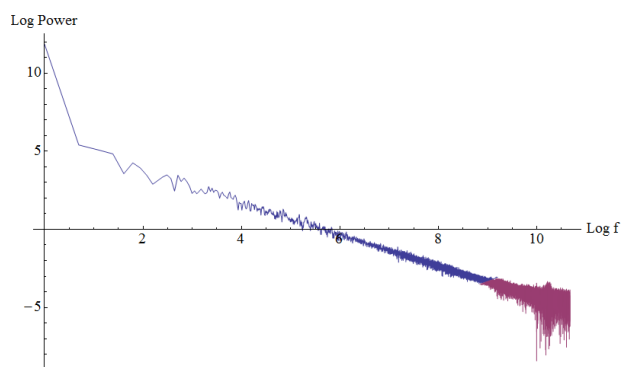
(b) 2011年3月8日



(c) 2011年3月9日



(d) 2011年3月10日



(e) 2011年3月11日

Fig. 6 First Order Frequency Fluctuation Analysis of the polarization angle component of the geomagnetic

Fig. 6 (a)と比べていくと、劇的に変化し始めている(c)において、低周波領域が  $1/f$  ゆらぎに近似していているのが確認出来ると共に高周波領域についてもクラスタがより密になっている。また、(d)では  $\text{Log } f$  8あたりからはほぼ一本の曲線に値が収束しており、変化は明らかである。そして震災当日である(e)では低周波領域が  $1/f$  ゆらぎに収束し、かつ高周波領域においてもクラスタがより密になって集合している。これらの事から地震の約4日前から劇的な変化を視認出来ることが判明した。

#### 4. 結論

本研究は従来では考えられなかったゆらぎ周波数解析を利用した地磁気監視システムという概念的にも原理的にも新しいシステム開発の基礎的な第一段階を開発した。研究の大局的見通しを得るため、地磁気ゆらぎ周波数解析方法の提案と、地磁気期変化特性の抽出と地磁気震特性可視化を行った。本.それは、発生時において大まかな集合を築き上げているのは以前より判明していたが、その中にさらなる要因を発見したものであ

る.

現段階では、過去の地磁気データを基に解析方法を提案し、現在よりも詳細な時系列での異常を、地磁気から読み取ることができると考えられる。それに必要な機器に特別な機器は必要なく、ゆらぎ周波数解析による地磁気監視システムの基幹ツールとしてゆらぎ周波数解析が応用可能であると考えられる。

#### 参考文献

- 1)河副 隼：バルクハウゼン信号の周波数ゆらぎ解析，  
法政大学理工学部電気電子工学科齊藤兆古研究室  
2011 年度卒業論文
- 2)長尾年恭:地震予知研究の新展開
- 3)国土地理院 地磁気測量:  
<http://vldb.gsi.go.jp/sokuchi/geomag/>
- 4)稲垣宣生:統計学入門

# 準解析的手法による全周波解析の試み —有限長ソレノイドコイルの共振解析—

A Trial on Full Frequency Analysis by Quasi-Analytical Approach  
-An Analysis of The Finite Length Solenoid Inductors Exhibiting Resonance Phenomenon-

岩永連弥

Renya IWANAGA

指導教員 齊藤兆古

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

Seamless analysis from the DC to microwave frequencies is difficult task but essential to modern sub-micron integrated devices from the viewpoint of electromagnetic compatibility, in particular ELF and SAR problems to the human body.

In this paper, we propose a new quasi-analytical approach taking the displacement current into account, for the full frequency analysis. Target conductive region can be subdivided into small cylindrical conductors having a simple geometrical shape. Because of the simple geometrical shape, it is possible to calculate an each of the resistances, inductances and capacitances of the subdivided conductors. This leads an equivalent circuit of the devices. Solving this equivalent circuit makes it possible to compute the electromagnetic field distributions exhibiting resonance phenomena.

This paper applies our quasi-analytical approach to a simple finite length solenoid inductor. As a result, full wave solution reflecting on the practical frequency characteristics of the solenoid inductor could be obtained.

**Key Words** : full wave analysis, quasi-analytical approach, finite length solenoid inductor

## 1. 序論

近年、電気電子機器の高性能化に伴い、高周波動作を前提とする磁気素子が増加している。これは、電磁界解析において、磁気素子の抵抗やインダクタンスを集中定数として考えることが困難であることを意味している。

一方、電磁界解析は、電磁界を支配する方程式が偏微分方程式であることから、微分を有限差分で直接置き換える有限差分法(Finite Difference Method)、変分原理に基づく有限要素法(Finite Element Method)などの数値解析法で行われる。また、電磁界が無限遠点まで広がる開領域問題に対しては、偏微分方程式の基本解を仮定した境界要素法(Boundary Element Method)などの積分方程式型解法が採用される。いずれの数値解析法も空間・時間領域を細分化し、細分化された個々の領域で解析的な関数を仮定して解くのが共通の特徴である。

近年の電気・電子装置は電源部の直流から高周波のパルス駆動部分から構成され、直流から変位電流を勘案した広範な周波数に跨るシームレスな解析がEMCや

SARの観点から必須となりつつある。

残念ながら、既存の電磁界解析パッケージでは直流から変位電流まで全周波数帯域に跨る解析が不可能である。

このような現状を踏まえ、本論文では有限要素法とは全く異なる方法である準解析的な電磁界解析手法を採用する。本手法は、従来の数値解析手法では導入が困難な変位電流を導体間のキャパシタンスを流れる電流として考慮する考え方である[1]。

本論文では、準解析的手法の具体的な解析例として、有限長ソレノイドコイルの共振現象解析を取り上げる。その結果、本論文で提案する準解析的モデルは未だ完全な全周波数解析とは言えないが、原理的には現代の電気・電子機器で必須となりつつある全周波数解析の第一歩として極めて有効であることを示す。

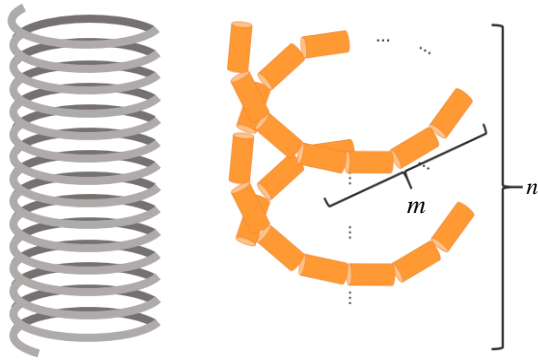
## 2. 準解析的電磁界解析法

ここでは、本論文で採用する有限長ソレノイドコイルの例を取り上げて準解析的手法の原理を説明する。

まず、図1(a)に示す有限長ソレノイドコイルを考え

る。ここで、図1(b)に示すように、有限長ソレノイドコイルの1ターンを解析的な取り扱いの容易な  $m$  個の微小丸型導体(円柱状)に分割し、そのモデルを  $n$  個繋げることで、巻数  $n$  回の有限長ソレノイドコイルを再現する。丸型導体の総数は、 $m \times n$  個となる。ここで、丸型導体モデルの平行な2本を図2に示す。

丸型導体の長さは、有限長ソレノイドコイルの1ターンを円で近似した場合の円周長の  $1/m$  とする。これは、丸型導体の数  $m$  を無限大としたとき有限長ソレノイドコイルの形状を厳密に再現可能とする条件による。また、丸型微小導体の中間間で上下間がキャパシタンスで繋がれていると考え、丸型微小導体の長さが半分である場合の抵抗、インダクタンスを採用する。



(a) 供試コイル (b) 細分化モデル  
図1 有限長ソレノイドコイルのモデリング

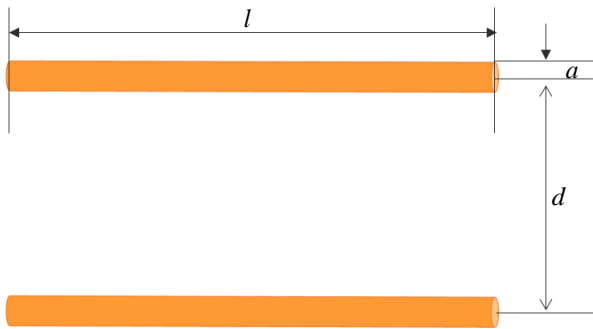


図2 平行な2本の丸型微小導体

電流が軸対象に分布すると仮定すれば、個々の円柱導体の電気抵抗  $R$  と自己インダクタンス  $L$  は Bessel 関数を用いて解析的に計算可能である。  $\sigma$  ,  $a$  ,  $l$  ,  $\mu_0$  をそれぞれ抵抗率、導体の半径、透磁率とすれば、

$$k = a \sqrt{\frac{\omega \mu \pi}{2\rho}} \quad (1)$$

として、自己インダクタンス  $L$  と電気抵抗  $R$  は、それぞれ、以下のように与えられる。

(a) 電源角周波数  $\omega$  が小さく、  $k < 1$  の場合

$$R = R_D \left( 1 + \frac{1}{3} k^4 \right) \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} L &= L_i + L_o \\ &= \left( \frac{\mu_0 l}{2} \right) \left\{ \frac{1}{k} - \left( \frac{1}{64} \frac{1}{k^3} \right) \right\} \\ &\quad + \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ l \ln \left( \frac{l + \sqrt{a^2 + l^2}}{a} \right) - \sqrt{a^2 + l^2} + a \right] \end{aligned} \quad (3a)$$

(b) 電源角周波数  $\omega$  が大きく、  $k > 1$  の場合

$$R = R_D \left( \frac{1}{4} + k + \frac{1}{64} \frac{1}{k^3} \right) \quad (2b)$$

$$\begin{aligned} L &= L_i + L_o \\ &= \left( \frac{\mu_0 l}{2} \right) \left\{ \frac{1}{k} - \left( \frac{1}{64} \frac{1}{k^3} \right) \right\} \\ &\quad + \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ l \ln \left( \frac{l + \sqrt{a^2 + l^2}}{a} \right) - \sqrt{a^2 + l^2} + a \right] \end{aligned} \quad (3b)$$

但し、  $R_D$  は直流抵抗であり、

$$R_D = \frac{\rho l}{\pi a^2} \quad (4)$$

とする。

図2のモデルにおいて同一丸型導体が平行に配置されているため、導体間に磁束による相互結合が存在し、この相互結合は相互インダクタンス  $M_{ij}$  で表される。また、非平行である相互インダクタンスも、電流の向きと角度を考慮し解析的に計算可能である。

$$M_{ij} = \frac{\cos \theta \times \mu_0 l}{2\pi} \left[ \ln \left( \frac{l + \sqrt{l^2 + d_{ij}^2}}{d_{ij}} \right) - \sqrt{1 + \left( \frac{d_{ij}}{l} \right)^2} + \frac{d_{ij}}{l} \right] \quad (5)$$

また、丸型導体間に存在する変位電流はキャパシタンス  $C_{ij}$  中を流れる電流で表される。ここでは、キャパシタンスは丸型導体の接している上下間のみで存在するものとする。



$$C_{ij} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S_{ij}}{d_{ij}} \quad (6)$$

下添え字  $ij$  は第  $i$  番目と  $j$  番目の円柱導体を示し、 $d_{ij}$  は第  $i$  番目と  $j$  番目の円柱導体間の距離であり、 $\varepsilon_r$  は比誘電率であり、 $\varepsilon_0$  は真空中の誘電率である。

従って、図 1(a) の有限長ソレノイドコイルは等価回路で示すことが出来る。図 3 は巻き数  $n=2$ 、1 ターン当たりの分割数  $m=3$  である場合の等価回路例である。

すなわち、有限長ソレノイドコイルのインピーダンスの周波数特性解析問題は、図 2 に示す等価回路を複数個組み合わせさせた電気回路解析問題へ帰する[2-4]。

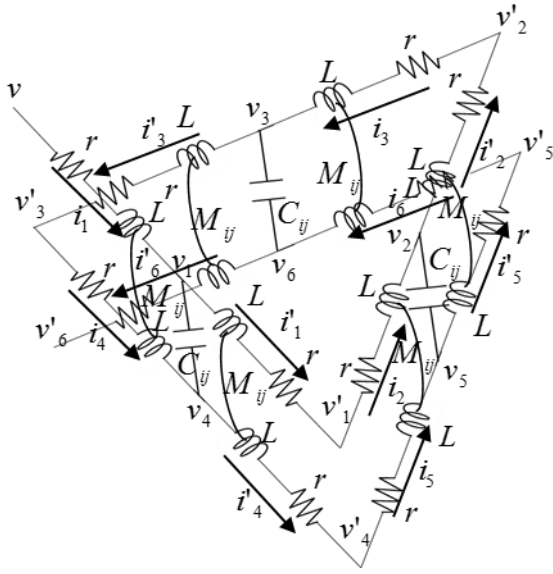


図 3 等価回路

ここで、 $\mathbf{X}$ 、 $\mathbf{Y}$  を式(7b)、(7c)のようにそれぞれ状態変数ベクトルと入力ベクトルとすれば、この等価回路の定常状態におけるシステム方程式は次式で与えられる。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{D}\mathbf{X} \quad (7a)$$

$$\mathbf{X} = [i_1 \ i_2 \ \cdots \ i_{(m \times n)} \ i'_1 \ i'_2 \ \cdots \ i'_{(m \times n)} \ v_1 \ v_2 \ \cdots \ v_{(m \times n)} \ v'_1 \ v'_2 \ \cdots \ v'_{(m \times n-1)}]^T \quad (7b)$$

$$\mathbf{Y} = [v_{in} \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0]^T \quad (7c)$$

行列  $\mathbf{D}$  は式(8a)で与えられる。ここで、 $\mathbf{0}$  は零行列であり、 $\mathbf{I}$  は  $(m \times n)$  次の単位行列である。

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} + \mathbf{L} + \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{I}_{(m \times n)} & -\mathbf{K}_1 \\ \mathbf{M} & \mathbf{R} + \mathbf{L} + \mathbf{M} & -\mathbf{I}_{(m \times n)} & \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{I}_{(m \times n)} & -\mathbf{I}_{(m \times n)} & \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_1^T & -\mathbf{K}_2^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (8a)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ & & & r \end{bmatrix} \quad (8b)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} j\omega L & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ & & & j\omega L \end{bmatrix} \quad (8c)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & j\omega M_{12} & \cdots & j\omega M_{1j} \\ j\omega M_{21} & 0 & & j\omega M_{2j} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ j\omega M_{i1} & j\omega M_{i2} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (8d)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -j\omega C_{1j} & 0 & \cdots & 0 & j\omega C_{1j} & \cdots & 0 \\ 0 & -j\omega C_{2j} & & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -j\omega C_{(i-1)j} & 0 \\ 0 & \cdots & j\omega C_{1j} & 0 & \cdot & 0 & -j\omega C_{ij} \end{bmatrix} \quad (8e)$$

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 1 & \cdot & & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & \cdot \\ 0 & \cdot & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix} \quad (8f)$$

式(8a)に示されるように、行列  $\mathbf{D}$  は正方行列であるから、 $\mathbf{D}$  の逆行列を式(7a)のシステム方程式の両辺にかけることにより、式(9)を得ることが出来る。

$$\mathbf{X} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{Y} \quad (9)$$

従って、式(9)から得られた  $\mathbf{X}$  から、電流ベクトル  $\mathbf{I}$  が得られる。

$$\mathbf{I} = [i_1 \ i_2 \ \cdots \ i_{(m \times n)} \ i'_1 \ i'_2 \ \cdots \ i'_{(m \times n)}] \quad (10)$$

式(10)で、出力電流となる  $i'_{(m \times n)}$  と入力電圧  $v_{in}$  から、式(11)によって有限長ソレノイドコイルのインピーダンスは求められる。

$$Z = v_{in} / i'_{(m \times n)} \quad (11)$$

### 3. 有限長ソレノイドコイルの解析例

#### (1) 共振現象解析

準解析的手法による有限長ソレノイドコイルの計算例を示す。ここで、計算で用いた有限長ソレノイドコイルの諸定数を表1に示す。図4に示すのは、1ターンのあたり50分割、合計1000個の分割個数の場合である。また、表1中の導体は被膜の厚みを含めて外径としている。

表1. 有限長ソレノイドコイルの諸定数

材質	銅
銅の抵抗率	$1.72 \times 10^{-8} [\Omega \cdot m]$
ソレノイドの大きさ	直径 2[cm] × 長さ 2.2[cm]
巻数	20[turn]
コイル径(外形)	0.5(0.55)[mm]
分割個数/巻数	50
印加電圧	1.0[V]

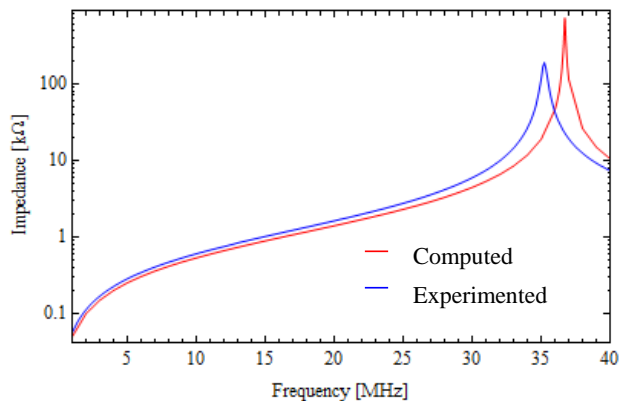


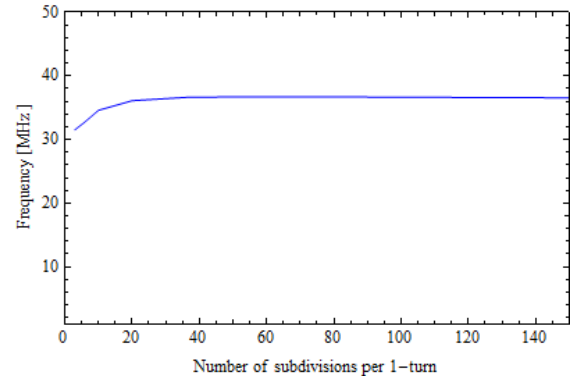
図4 インピーダンス対周波数特性

図4より、明らかに有限長ソレノイドコイルの自己共振現象が観察できる。計算値と実験値を比較すると、浮遊容量の影響が少ない低周波ではインピーダンスの傾向だけでなく値そのものもほぼ一致していることがわかる。また、高周波においては、インピーダンスの値そのものは一致しないが実験値と同じ傾向を示している。

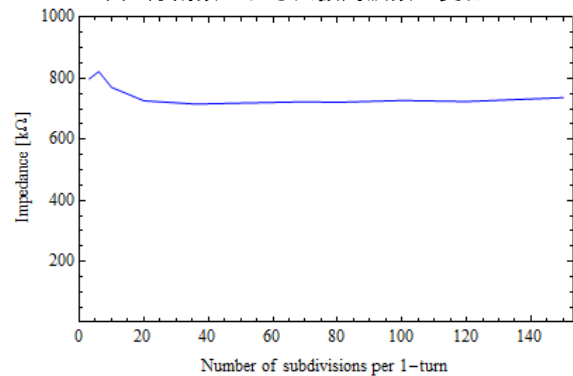
1ターンのあたりの分割数を決定するために、図5に1ターンの分割個数  $m$  と共振周波数および共振時のインピーダンス間の関係をそれぞれ示す。

図5(a)から、共振周波数は、巻線の1ターンの分割個数  $m$  の増加に従い一定値に収束していることがわか

る。図5(b)からは、共振時のインピーダンスも分割個数  $m$  の増加に従いほぼ一定値に収束していることがわかる。これは、準解析的手法が分割した丸型微小導体の長さが無限小であるとき、すなわち、分割個数が無限大となると、厳密な有限長ソレノイドコイルのヘリカル形状を再現することになり、結果として厳密な解へ漸近することを意味する[5]。



(a) 分割数による共振周波数の変化



(b) 分割数によるインピーダンス(共振時)の変化

図5 分割数の共振周波数とインピーダンスに対する影響

#### (2) 電流分布解析

図6は銅線中を流れる導電電流とコイル間のキャパシタンスを流れる変位電流の和が構成する全電流の空間的分布を100[Hz]、36.71[MHz]、80.8[MHz]の各周波数で示している。

図6は、それぞれの周波数における導電電流及び変位電流の絶対値を電流の最大値で割り算し、0から1の値へ正規化している。したがって、カラーバーに示す色は同一であっても周波数毎に異なる大きさを示すことに注意が必要である。すなわち、それぞれの周波数における各電流の空間分布を表す。また、導電電流と変位電流はそれぞれ別に正規化していることにも注意が必要である。

図6(a)は低周波では導電電流が大部分であり空間的にほぼ均一に分布することを示す。図6(b)はコイルの始端と終端で最小値、コイルの中心で最大値をとる電流の空間基本波分布を示す。図6(c)は4個の最小値、3個の最大値をコイル軸に沿って取る電流の空間第3

高調波分布を示す。

よって、図6は、電流の空間分布は単純でなく、周波数によって異なる空間分布となる分布定数系特有の空間高調波状となることを意味している。

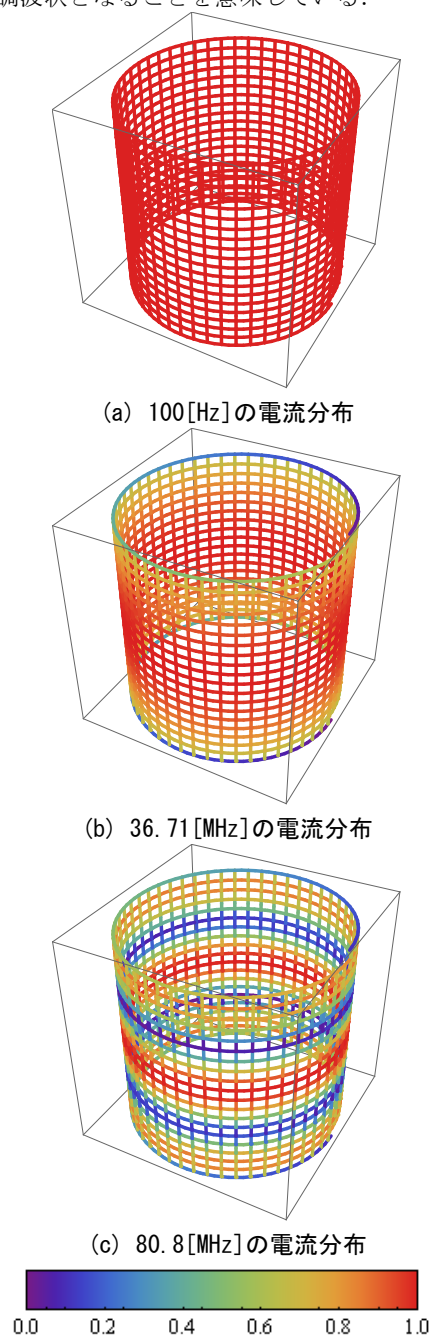


図6 コイル全体の電流分布

#### 4. 結論

本論文では、電磁界の数値解析法として、本研究室で提唱している変位電流を導体間キャパシタンスに流れる電流として導入した準解析的方法を有限長ソレノイドコイルのヘリカル形状を忠実に導入して、有限長ソレノイドコイルの周波数特性解析を行った。

その結果、準解析的方法は有限長ソレノイドコイルの自己共振現象を再現し、さらにコイル上またはコイル軸に沿った電流の空間高調波分布も与えることを可能ならしめた。

以上、本論文で述べた準解析的方法は、多様な周波数で駆動される電気・電子機器周辺の電磁界を概算するために極めて有効な方法と考える。

謝辞：本研究を進めるにあたって、多くの助言と御指導を頂いた齊藤兆古先生、Iliana MARINOVA 先生に心より感謝いたします。また、多くの協力と励ましを頂いた齊藤兆古研究室の皆様にも心より感謝いたします。

#### 参考文献

- 1) 渡澤泰之, 早野誠治, 齊藤兆古: “準解析的方法による電磁界解析手法の提案 —導体間のキャパシタンス—”, マグネティックス研究会資料, MAG-00-254, 2000.
- 2) R. Iwanaga, I. Marinova and Y. Saito: “Quasi-Analytical Approach to the Resonance Phenomenon of Finite Length Solenoid Inductors”, Asia-Pacific Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics 2014, Jul, 2014.
- 3) 岩永連弥, 齊藤兆古: “有限長ソレノイドコイルの全周波数解析の試み”, マグネティックス研究会資料, MAG-14-155, 2014
- 4) 岩永連弥, 齊藤兆古: “準解析的手法による有限長ソレノイドコイルの全周波数解析”, 第23回 MAGDA コンファレンス in 高松, Dec, 2014
- 5) R. Iwanaga, I. Marinova and Y. Saito: “All Frequency Analysis of Finite Length Solenoid Inductors by Quasi-Analytical Approach”, The 2nd International Conference on Maintenance Science and Technology, Nov, 2014

# 平面型 $\infty$ コイル ECT センサに関する研究

A study of Flat  $\infty$  Coil Eddy Current Sensor

丸山公希

Kouki MARUYAMA

指導教員 齊藤兆古

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻博士後期課程

This paper concern with development and improvement of the new ECT sensor. Previously, we have succeeded in developing the  $\infty$  coil. The  $\infty$  coil has high sensitivity, but this sensor could not directly apply to the curved surface target because of the  $\infty$  coil's geometrical structure.

Therefore, we have worked out a flat  $\infty$  coil which exhibits a high sensitivity and enable to inspect not only to the curved surface but also to the flat surface specimens because of its high shape flexibility.

3D FEM have been carried to show the usefulness of the flat  $\infty$  coil. The experimented results have verified the validity of the numerical simulations. Thus, we have confirmed the versatile capability of the flat  $\infty$  coil.

**Key Words** : *Eddy current testing, Non-destructive testing, Flat type*

## 1. はじめに

現代の文明社会を支えるのは人類の叡智が創造した多くの文明の利器である。例えば、高速な移動手段を提供する高速鉄道、自動車、航空機、そして、電力生成・システム、照明システム、セキュリティシステムなど、いわゆる産業プロダクトから鉄橋、大型ビルや高速道路などの社会的インフラストラクチャまで広汎で多岐に渡る文明の利器が存在し、人類の文明生活を支えているのは自明であろう。

これら産業プロダクトの構造を支える金属材料の非破壊検査は、高度な健全性や信頼性・安全性を確保するために極めて重要な技術である。金属の非破壊検査法として、超音波、放射線、電気抵抗、渦電流などを利用した方法が用いられている。この中で、超音波による金属の非破壊検査は精度が良く信頼性も高い反面、振動子を検査対象に接触させる必要がある。この意味では電気抵抗測定による非破壊検査も直接接触の必要性がある。放射線による方法は、安全性の観点から放射線の取り扱いに一定の基準が課されているため、使用上に制約がともなう。

金属の非破壊検査として、渦電流探傷法(Eddy Current Testing, 以後 ECT と略記)による方法は検査対象と直接接触の必要がなく、比較的簡単な装置で高速な作業が行える反面、渦電流の流れる方向によって金属中の欠損を感知できない問題もある。しかしながらその汎用性は高く、非接触で探査が可能であるため、他の非破壊検査法に比較して有利な特性を有する[1-3]。

ECT の動作原理は比較的単純であり、大別して二方法がある。一方は交番磁界を検査対象に照射することで被検査対象中に渦電流を発生させ、被検査対象中の欠損の有無による渦電流分布の相違を電源から見た入力インピーダンスの変化で感知する方法である。ここでは、この ECT 法をインピーダンス感知型と呼ぶ。インピーダンス感知型 ECT の特徴は励磁コイルがセンサも兼ねる点にあり、構造が簡単で安価である。他方は、被検査対象中の欠損の有無に起因する渦電流分布の相違が喚起する漏れ磁束の変化を感知する励磁コイル以外の検出コイルを備えた励磁・検出コイル分離型である。励磁・検出コイル分離型 ECT は検出コイルの配置に自由度があり、インピーダンス感知型に比較して高感度とされているが、検出コイルの構造や設置場所など多くの経験的習熟度を必要とする。

本論文は、新たな「励磁・検出コイル分離型」センサの開発と改良に関するものである。開発および改良には有限要素法による三次元数値シミュレーションを用い、被検査対象中に欠損が存在する場合のみ生じる磁束成分を検出コイルが検知できるモデルに設計した。

開発された $\infty$ コイル ECT センサは従来の ECT に対して高感度かつ高いリフトオフ特性を有する[4]。しかしながらそのセンサの構造上、曲面の被検査対象を検査

する場合においては感度が低下する欠点がある。今日の産業プロダクトに用いられる金属材料は、自動車の部品や発電所の配管など曲面を有するものが大多数であるという背景から、本論文は曲面探傷を可能とするフレキシブルな平面型 $\infty$ コイル ECT センサを提案する。結果として、平面型 $\infty$ コイルは曲面対象だけではなく平面対象においても、 $\infty$ コイル型 ECT センサを上回る感度を持つことが判明した。

## 2. $\infty$ コイル型 ECT センサ

### (1) 構造と特性

Fig.1 に $\infty$ コイル型 ECT センサの構造を示す。 $\infty$ コイル型 ECT センサは二個の励磁コイルとコアに磁性体を持つ検出コイルから構成されている。我々はこの形状から“ $\infty$ コイル型 ECT センサ”と呼ぶ。3次元の有限要素法パッケージ「JMAG」を用いて二個の励磁コイルを隣り合う位置に配置したモデルを作成し、互いに逆位相の電流を流す。励磁電流により生じる磁界分布は二個の励磁コイルで逆の極性を持ちループ状に形成されるため、Fig.2 のように二個の励磁コイルの間には磁界がゼロまたは極めて小さい値となる領域が生まれる。コアにフェライトなどの磁性体を持つ検出コイルを、その巻線軸がFig.1のように二つの励磁コイルの円の中心点を結ぶ線と垂直になるように励磁コイル間に設置する。検出コイルの面が励磁コイルによって生じる磁界と常に平行となるため検出コイルには誘起電圧が発生しない。更に磁界が極めて小さい部分に配置されることにより検出コイルが持つ磁性体の影響が少なく、元の磁界分布を乱さない設計となっている。

$\infty$ コイル型 ECT センサを健全な被検査対象上に設置した場合、被検査対象中には励磁電流の逆方向に渦電流(映像電流)が流れる。被検査対象中の渦電流によって生じる磁束は検出コイルの面に対し平行成分となるため誘起電圧は発生しない。しかし、被検査対象中に欠損が存在する場合、欠損を迂回するように流れる渦電流が発生し、検出コイルの面に対し垂直な磁束成分が発生する。このため検出コイルに誘起電圧が発生し、欠損の有無を識別することが可能となる[4]。



Fig.1 Structure of the conventional  $\infty$  coil.

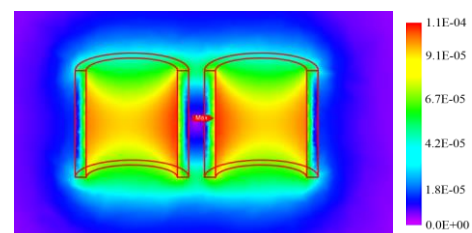


Fig.2 Magnetic flux density distribution  
by conventional  $\infty$  coil

(2) 動作原理

$\infty$ コイル型ECTセンサの動作原理を検証するために3次元の有限要素法によるシミュレーションを行う。

Table.1 に励磁コイルと検出コイルの諸定数を示す。 $\infty$ コイル型ECTセンサは厚さ1mmの銅板上に配置され、欠損が無い場合と検出コイルの巻線軸に対し欠損が0度、45度、90度の場合で計算を行う。数値解析で用いた欠損は、 $\infty$ コイル型ECTセンサの動作を確認するために実際に検出する欠損に比べて大きい欠損を用いた。

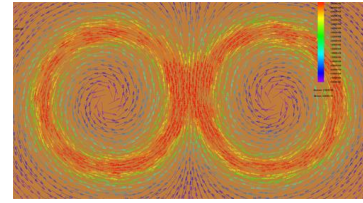
Table.1 Various constants of the conventional  $\infty$  coil.

(a) Exciting coil	
Coil outer diameter	21.0mm
Coil inner diameter	17.0mm
Coil length	8.0mm
Number of turn	20
Input voltage(peak)	1V
Frequency	256kHz
(b) Sensing coil	
Coil outer diameter	1.4mm×2.4mm
Coil inner diameter	1.0mm×2.0mm
Coil length	6mm
Number of turn	100
Axis core	MnZn/ferrite (permiability:3000)

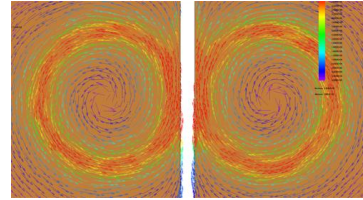
Fig.3, Fig.4 はそれぞれ銅板上に流れる渦電流と検出コイルのフェライトコア内に発生する磁束密度分布を示している。

銅板中に欠損が存在しない場合、Fig.3(a)に示す渦電流が流れる。渦電流によって生じる磁束は検出コイルの面に対し平行成分のみであるため Fig.4(a)に示す方向となる。したがって欠損が存在しない場合、検出コイルの面に対し垂直成分の磁束が存在しないため誘起電圧は発生しない。Fig.3(b)は欠損が検出コイルの巻線軸に対し0度に配置された場合の渦電流分布である。渦電流は欠損に沿う方向に流れるが、検出コイルの面に垂直の磁束成分は流れないためフェライトコア内の磁束密度は Fig.4(b)となる。0度の場合も検出コイルに誘起電圧は発生せず、欠損を検知することは難しい。Fig.3(c)に欠損が検出コイルの巻線軸に対し45度に配置した場合の渦電流分布を示す。渦電流は欠損に沿って流れ、検出コイルに垂直成分を含む磁束を作る。Fig.4(c)に示すようにフェライトコアには45度の方向に磁束が発生するため、検出コイルに誘起電圧が発生する。Fig.3(d)に欠損が検出コイルの巻線軸に対し90度に配置された場合の渦電流分布を示す。銅板中の渦電流は欠損によって妨げられ検出コイルの面に垂直に磁束を作る方向に流れる。しかしながら、欠損の両端で発生する渦電流は互いに打ち消し合う方向に流れるためフ

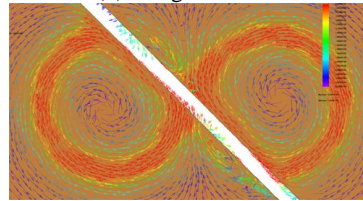
ェライトコア内の磁束密度は垂直方向に発生しない (Fig.4 (d)).



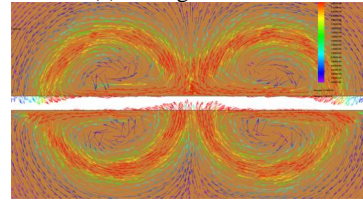
(a) No defect.



(b) 0 degree defect.

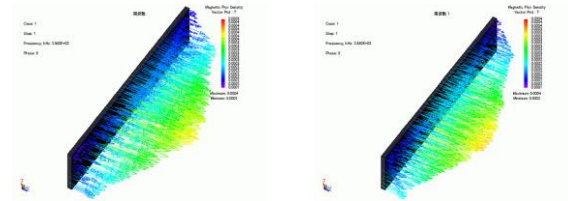


(c) 45 degree defect.



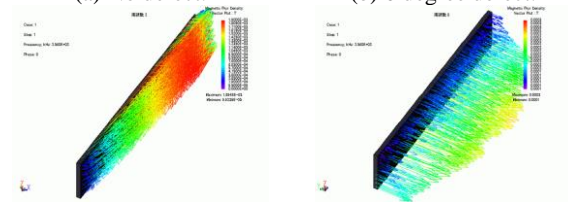
(d) 90 degree defect.

Fig.3 Eddy current distribution on the target.



(a) No defect.

(b) 0 degree defect.



(c) 45 degree defect.

(d) 90 degree defect.

Fig.4 Magnetic flux intensity distribution in the ferrite core.

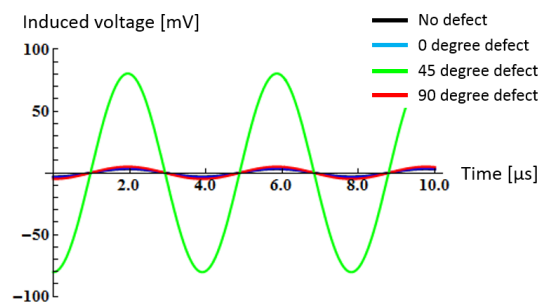


Fig.5 Induced voltages by conventional  $\infty$  coil.

Fig.4(a)-(d)における検出コイルの誘起電圧波形をFig.5に示す。欠損がない場合、誘起電圧のピーク値は低いことがわかる。欠損が0度、90度の場合にはフェライトコア内の磁束密度ベクトルに乱れが生じているため欠損なしの場合と比べると誘起電圧のピーク値は高くなる。一方、欠損が45度の場合、フェライトコアの面に垂直成分の磁束密度ベクトルが発生するため、高い誘起電圧が発生し欠損の有無を識別できる。したがって、 $\infty$ コイル型 ECT センサは指向性があることが判る。

### 3. 平面型 $\infty$ コイル ECT センサ

#### (1) 開発の動機

本節では本論文の主題である平面型 $\infty$ コイル ECT センサ（以下、平面型 $\infty$ コイルと記載）の開発に関して述べる。平面型 $\infty$ コイルは2章で述べた $\infty$ コイル型 ECT センサ（以下、従来型 $\infty$ コイル）が有する二つの課題を解決するために開発された。

一つ目に、曲面の被検査対象の欠損を探索する課題である。従来型 $\infty$ コイルの励磁コイルでは、立体的な有限長ソレノイド型を採用したため、励磁コイルが曲面に密着できない。このため、原子力発電所の蒸発管や自動車のボディなど曲面を有する全ての被検査対象へ対応できない。

二つ目は、検出コイル磁界が極めて弱い領域に厳密に設置できない課題である。Fig.2の磁束密度分布からも判るように従来型 $\infty$ コイルが作る磁界が極めて弱い領域は、励磁コイルの高さ方向の中間に存在する。この領域に検出コイルを設置することは物理的に難しく、仮に可能だとしても被検査対象との距離が大きくなり欠損に起因する漏れ磁束を感知しにくい。そのため従来型 $\infty$ コイルは励磁コイルの底面に置かざるを得ず、検出コイル軸として採用した磁性体が励磁磁束分布へ干渉してノイズが多くなってしまう。

#### (2) 構造と特性

前述した一つ目の課題を解決する方途はFig.6に示すような励磁コイルの立体性を削除した平面型励磁コイルの採用である。励磁コイルを被検査対象面と平行にスパイラル状に巻回することで、可撓性を持つことが可能となり曲面に密着できる。この際、可撓性を重視するために検出コイルはFig.6のように横に倒して設置する。



Fig.6 Structure of the flat type  $\infty$  coil.

また、二つ目の課題を解決するには二個の励磁コイル間の磁界が極めて弱い領域を被検査対象へ接近させ

る必要がある。これも励磁コイルの立体性を削除し平面化することで満たすことが可能となる。Fig.7は平面型の二個の励磁コイルに互いに逆位相の電流を通電した際の励磁磁束密度分布図である。Fig.7からも判るように、平面型 $\infty$ コイルの磁界が極めて弱い領域は励磁コイルと同一平面上に生成されるため、検出コイルの軸となる磁性体が励磁磁束分布へ干渉せず、被検査対象に最も近い位置へ検出コイルの設置が可能である。したがって $\infty$ コイルの本質的な動作原理が実現される。シミュレーションに使用した平面型 $\infty$ コイルは比較のため、Table.2に示すように2の(2)節で使用された従来型 $\infty$ コイルと全体の大きさが等しい寸法の励磁コイルと同一の検出コイルを用いた。

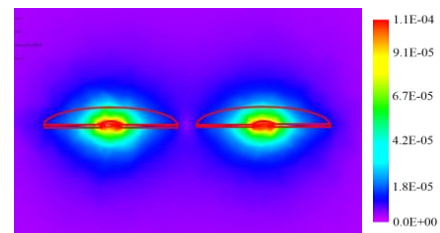


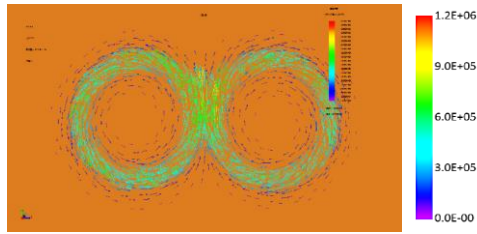
Fig.7 Magnetic flux density distribution by flat type  $\infty$  coil.

Table.2 Various constants of the flat type  $\infty$  coil.

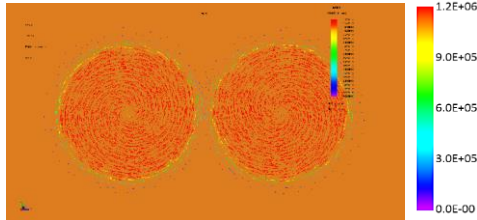
(a) Exciting coil	
Coil outer diameter	21.0mm
Coil inner diameter	3.0mm
Coil length	0.4mm
Number of turn	20
Input voltage(peak)	1V
Frequency	256kHz
(b) Sensing coil	
Coil outer diameter	1.4mm×2.4mm
Coil inner diameter	1.0mm×2.0mm
Coil length	6mm
Number of turn	100
Axis core	MnZn/ferrite (permiability:3000)

またFig.8は被検査対象中に誘起する渦電流密度分布を比較した図である。Fig.8(a)より、従来型 $\infty$ コイルはソレノイド径に沿って渦電流が分布している。他方、Fig.8(b)より、平面型 $\infty$ コイルは渦電流が励磁コイルの巻線直下に誘起しているため、大きな探索範囲を有することが判る。

また被検査対象中に誘起する渦電流密度の大きさの絶対値を評価すると、両者の励磁コイルの寸法や表示レンジが同じであるにも拘らず平面型 $\infty$ コイルの方が圧倒的に大きいことが判明した。これは平面型 $\infty$ コイルの渦電流は励磁コイル電流の全ての影像電流となるが、従来型 $\infty$ コイルでは、最下面の励磁コイル部分の電流のみしか影像電流にならないからである。



(a) Conventional  $\infty$  coil.



(b) Flat type  $\infty$  coil.

Fig.8 Eddy current distribution.

### (3) 動作原理

平面型 $\infty$ コイルの動作原理は従来型 $\infty$ コイルと同様に、欠損が検出コイルの巻線軸に対して45度を成すときのみ誘起電圧が発生し、欠損の有無を識別することが可能となる。有限要素法により算出された欠損なし・検出コイルの巻線軸に対して欠損が0度・45度・90度の場合の励磁電圧波形を Fig.8 に示す。

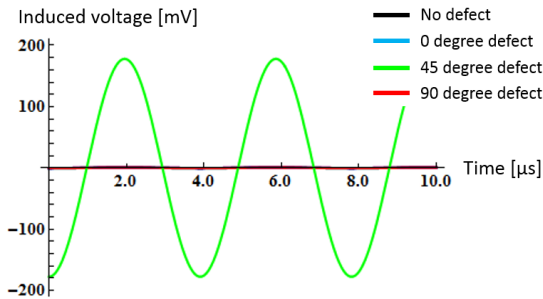


Fig.9 Induced voltage by flat type  $\infty$  coil.

## 4. 従来型と平面型 $\infty$ コイルの比較

### (1) シミュレーション

はじめにシミュレーション結果の比較を行う。2章の(2)節と3章の(2)節でモデリングした従来型 $\infty$ コイル (Table.1) と平面型 $\infty$ コイル (Table.2) は励磁コイルの寸法がほぼ等しく、同一の検出コイルを使用しているため比較に相当であると考え、この結果を用いることにする。Fig.10 は、従来型 $\infty$ コイルと平面型 $\infty$ コイルが欠損なしと欠損が検出コイルの巻線軸に対して45度に存在する場合に位置した場合の検出コイル誘起電圧の比較である。

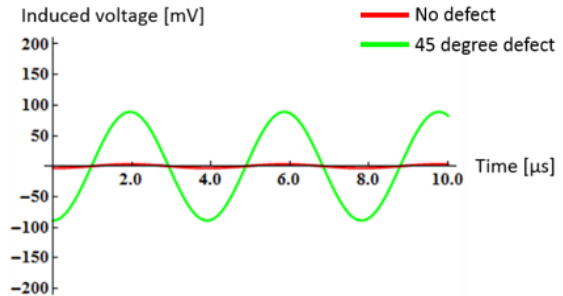
Fig.10 では平面型 $\infty$ コイルの検出コイル誘起電圧が従来型 $\infty$ コイルのそれより大きいことが明らかである。さ

らに、ノイズ信号(欠損なしの場所へセンサが位置した場合の検出コイル誘起電圧)を比較してみると、平面型 $\infty$ コイルの方が従来型 $\infty$ コイルより良好な特性を有することが判明した。通常、ECT においては欠損信号以外のノイズが小さいことが好ましいからである。これは、平面型 $\infty$ コイルは検出コイルを励磁磁界が極めて弱い理想的な位置へ配置可能であるためと考えられる。

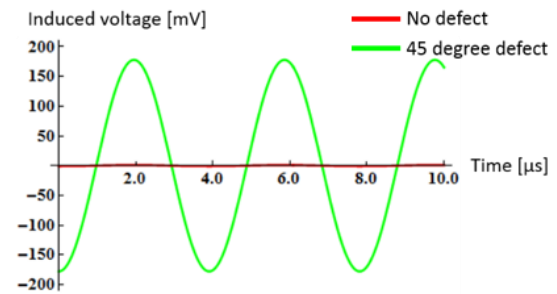
この結果を定量的に見るために、欠損の検出信号 S に対するノイズ信号 N の比, SN 比(センサ感度の指標)を式(1)のように定義する。式(1)は、従来型 $\infty$ コイルが SN 比=27.81, 平面型 $\infty$ コイルは SN 比=195.51 となり、平面型 $\infty$ コイルは従来型 $\infty$ コイルに対して極めて高感度であることがわかった[5]。

$$SN \text{ 比} = \frac{\text{Detected Signal [V]}}{\text{Noise Signal [V]}} \quad (1)$$

$$= \frac{\text{欠損時の検出コイル誘起電圧 [V]}}{\text{非欠損時の検出コイル誘起電圧 [V]}}$$



(a) Conventional  $\infty$  coil.



(b) Flat type  $\infty$  coil.

Fig.10 Comparison of the induced voltages.

### (2) 実験

#### (2-1) 平面欠損探査

実験に用いる被検査材料として Fig.11 に示すような厚さ 1mm の平面銅板を採用する。この銅板には幅 2mm, 長さ 100mm の欠損が存在する。またセンサとして従来型 $\infty$ コイルおよび平面型 $\infty$ コイルを試作した。Table.3 および Fig.12 に各試作 $\infty$ コイルの諸定数および写真を示す。従来型, 平面型 $\infty$ コイルの励磁コイルは比較のため、同巻数・寸法で作成され、検出コイルは両者とも同一のものを使用した。これらの試作 $\infty$ コイルは2章および3章で行ったシミュレーションモデルの設計値と同一である。



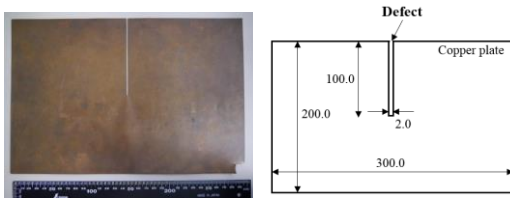
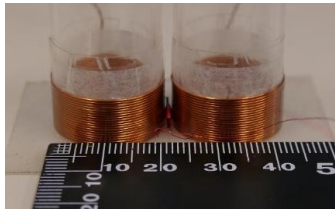
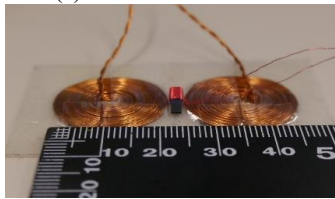


Fig.11 Target piece (copper plate).



(a) Conventional ∞ coil.



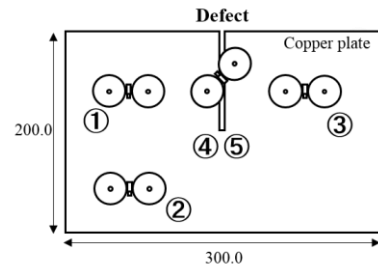
(b) Flat type ∞ coil.

Fig.12 Prototype of ∞ coils.

Table.3 Various constants of ∞ coils.

(a) Conventional ∞ coil's exciting coil	
Coil outer diameter	21.0mm
Coil inner diameter	17.0mm
Coil length	8.0mm
Number of turn	20
Input voltage(peak)	1V
Frequency	256kHz
(b) Flat type ∞ coil's exciting coil	
Coil outer diameter	22.0mm
Coil inner diameter	3.0mm
Coil length	0.4mm
Number of turn	20
Input voltage(peak)	1V
Frequency	256kHz
(b) Sensing coil	
Coil outer diameter	1.4mm×2.4mm
Coil inner diameter	1.0mm×2.0mm
Coil length	6mm
Number of turn	100
Axis core	MnZn/ferrite (permiability:3000)

実験方法として、Fig.13 に示すように両∞コイルが銅板上の①～⑤ の点に位置した場合の検出コイルに誘起する電圧を測定する。①～③は欠損が無い場所、④、⑤は各∞コイルの検出コイル巻線軸が欠損に対して 45 度をなす場所である。測定は Fig.14 のシステムで行い、励磁電圧のピーク値は 1V、励磁周波数は 256kHz である。実験結果は式(1)を用いて SN 比で評価する。



①	No defect No.1
②	No defect No.2
③	No defect No.3
④	45 degree defect No.1
⑤	45 degree defect No.2

Fig.13 Schematic diagram of the flat surface searching.

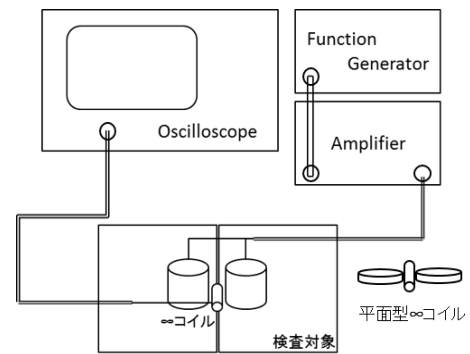
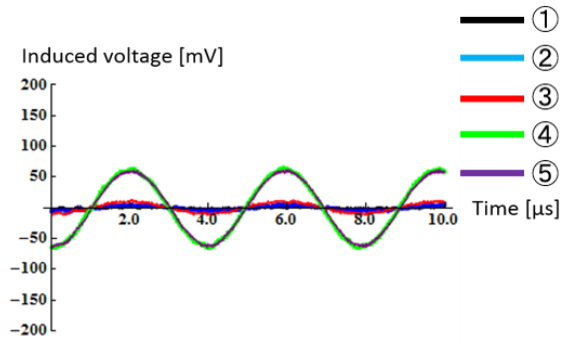


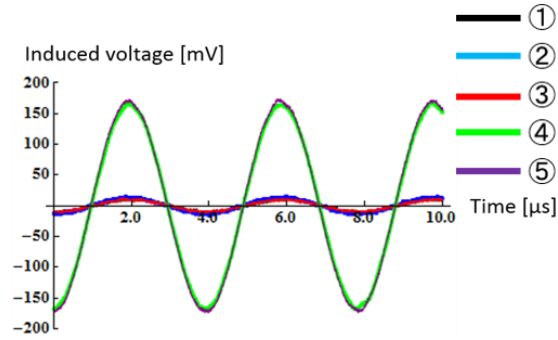
Fig.14 A measuring devices.

Fig.15 は検出コイル出力波形である。従来型∞コイルおよび平面型∞コイルを比較してみると、平面型の誘起電圧が従来型よりも大きいことが明らかである。しかし、ノイズはシミュレーションの結果と異なり従来型∞コイルが小さくなった。これは、平面型∞コイルの工作精度、すなわち、完全な平面性がシミュレーションモデルのように実際の試作∞コイルでは実現できないことに起因する。結果として、磁界がゼロに近い理想的な位置へ検出コイルが配置できなかったことも大きな原因である。さらに、平面型∞コイルでは検出コイルが励磁コイルに囲まれていないため、周辺ノイズを直接受け易い点もある。換言すれば、平面型∞コイルは感度が高いだけに精度の高い工作精度を必要とする。

しかしながら、式(1)より SN 比を算出すると、従来型は SN 比=7.93~10.79、平面型は SN 比=10.89~12.30 となるため、平面欠損探索においてはシミュレーション結果と一致して、平面型∞コイルが高感度であることが実験でも実証された[5]。



(a) Conventional  $\infty$  coil.



(b) Flat type  $\infty$  coil.

Fig.15 Experimented results for a flat surface searching.

(2-2) 曲面欠損探査

ここでは、曲面欠損探査に関する実験を行う。曲面を有する被検査材料を Fig.16 に示す。被検査材料は外径 82mm、内径 54mm のシームレス管である。このシームレス管には幅 0.3mm、長さ 10mm の欠損が存在する。(2-1) の平面欠損探査と同様に Fig.12・Table3 に示す従来型と平面型の $\infty$ コイルを用いて誘起電圧を測定する。

実験方法として Fig.17 に示すようにセンサが銅板上の①、②の点に位置した場合の検出コイルに誘起する電圧を測定する。①は欠損なしの位置、②は検出コイル巻線軸が欠損に対して 45 度をなす位置である。測定は Fig.18 のシステムで行い、励磁電圧ピーク値は 1V、励磁周波数は 256kHz とする。測定した結果から式(1)を用いて SN 比を算出する。

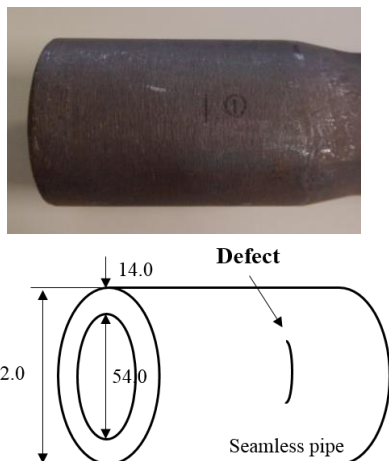


Fig.16 Target piece (seamless pipe).

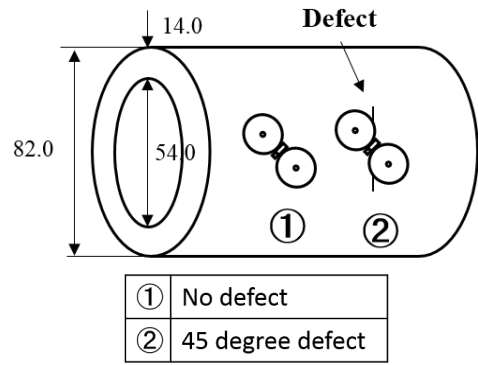


Fig.17 Schematic diagram of the curved surface searching.

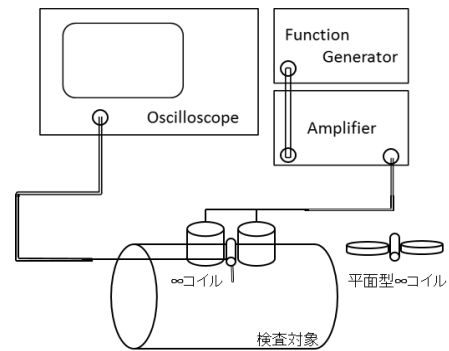
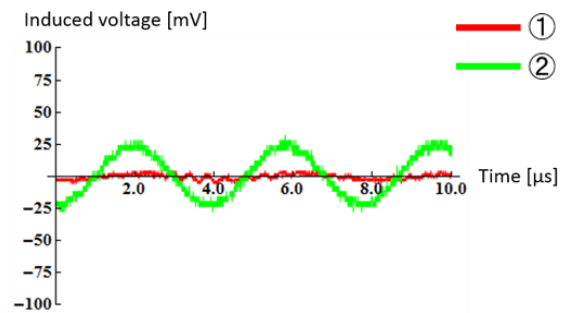
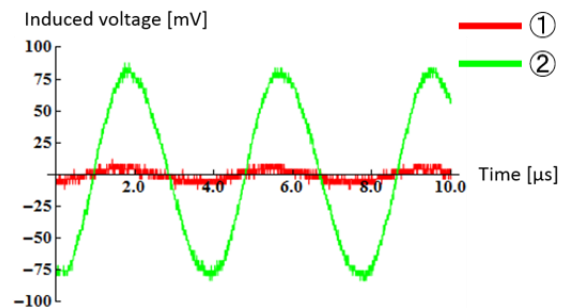


Fig.18 A measuring devices.



(a) Conventional  $\infty$  coil.



(b) Flat type  $\infty$  coil.

Fig.19 Experimented results for a curved surface searching.

Fig.19 が測定結果である。何れの検出コイル誘起電圧も周辺の電子機器の影響を受けて環境ノイズを含む。これは、試作 $\infty$ コイルの形状が被検査対象に対して大きく、周辺の環境ノイズが無視できないことを意味する。

従来型および平面型 $\infty$ コイルの検出コイル誘起電圧波形を比較すると、平面欠損探査と同様に平面型 $\infty$ コイルの誘起電圧が従来型よりも大きい値となった。これは、従来型 $\infty$ コイルは立体的な構造であるため、被検査対象の曲面へ励磁コイルが密着できず、漏れ磁束が多くなり結果として誘起電圧が低くなったからと考えられる。

式(1)より算出した SN 比は従来型で  $S/N=3.62$ 、平面型で  $S/N=7.33$  であったため、曲面の欠損探査においても平面型 $\infty$ コイルが高感度であることが実証された。

すなわち、本論文が提唱する平面型 $\infty$ コイルは平面欠損においても曲面欠損においても従来型 $\infty$ コイルを上回る高感度なセンサであることが、実験的にも実証された[5]。

## 5. まとめ

本論文は、「励磁・検出コイル分離型」ECT センサの開発と改良に関して述べた。従来の「 $\infty$ コイル型 ECT センサ」は、有限要素法によるシミュレーションと実験的検証により、その動作と欠損検出能力の高さを実証した。しかし、この従来型 $\infty$ コイルはその構造上、曲面の被検査対象の欠損探査には不向きであるという欠点を持つことが判明した。

この欠点を克服するため、改良策として「平面型 $\infty$ コイル ECT センサ」を提案した。この平面型 $\infty$ コイル ECT センサは従来型 $\infty$ コイルの高機能・高感度型とも位置づけられ、従来型の構造に起因する問題点、すなわち、磁界が極めて弱くなる領域となる位置へ磁性体を用いた検出コイルを配置することを可能とした。

結果として、提案する平面型 $\infty$ コイル ECT センサは、平面状の被検査対象のみならず、曲面状の被検査対象に対する欠損探査においても、従来型を凌駕する感度であることが 3 次元有限要素法を用いたシミュレーションのみならず実験的にも実証された。

平面型 $\infty$ コイル ECT センサは励磁電流により磁束がループ状に形成されるため、二個の励磁コイルの間に磁界がゼロまたは極めて小さい値となる領域が生成される。この磁界が極めて小さい領域へ磁性体を軸とする検出コイルを配置する $\infty$ コイルの動作原理を忠実に実現した点が最大の創意点であり、 $\infty$ コイルの動作原理に従い極めて高感度な ECT センサの実現に繋がった。

残る課題は、 $\infty$ コイル型 ECT センサは磁性体、特に鉄に対して如何なる ECT センサよりも高感度である。この実験的事実の理論的な解明である。

謝辞：本研究を進めるに当たり、齋藤兆古教授には数多くのご指導、ご支援を賜りました。厚く御礼申し上げます。

本研究で試料、実験環境を提供して戴くとともに有益なご助言を戴いた電子磁気工業株式会社の及川芳朗会長、茂木秀夫氏、大内学氏に深く感謝致します。

また、多くのご協力を頂いた齋藤兆古研究室の皆様にご心より感謝致します。

## 参考文献

- 1) I.Marinova, S.Hayano and Y.Saito, "Ployphase eddy current testing, Journal of Applied Physics", Vol. 75, No.10, pp. 5904-5906, 1994.
- 2) N.Burais and A.Nicolas, "Electromagnetic field analysis in remote field eddy current testing systems", IEEE TransactionSNn Magnetics, Vol.25, No.4, pp.3010-3012, 1989.
- 3) S.McFee and J.P.Webb, "Automatic mesh generation for h-p adaption", IEEE TransactionSNn Magnetics, Vol.29, No.2, pp.1894-1897, 1993.
- 4) Hiroki KIKUCHIHARA, Iliana MARINOVA, Yoshifuru SAITO, Manabu OHUCHI, Hideo MOGI, Yoshiro OIKAWA, "Optimization of the Eddy Current Testing", The 15th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, Oita Japan November 11-14 2014, WC4-4, pp.495.
- 5) Kouki MARUYAMA, Iliana MARINOVA, Yoshifuru SAITO, "DevelopmentSNf Flat  $\infty$  Coil for Defect Searching in the Curved Surfaces", The 2nd International Conference on Maintenance Science and Technology, (ICMST-Kobe 2014), November 2-5 2014, Proceedings, pp.209-210.



# 磁性材料の磁化特性に及ぼす応力に関する研究

## RESEARCH ON THE STRESS EFFECTS TO THE MAGNETIZATION CHARACTERISTICS OF FERROMAGNETIC MATERIALS

根守英明

Hideaki NEMORI

指導教員 齊藤兆古

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

Since the parameters of the domain based magnetization model are extremely sensitive to the various physical conditions such as temperature, mechanical stress and so on, this paper tries to evaluate the stress effect to the magnetization characteristics of ferromagnetic materials in order to apply the nondestructive reliability diagnosis of the metallic structures.

A key idea of this paper is based on the following facts that the parameters identification of a domain based magnetization model has been successfully carried out by a harmonic balance approach.

As a result, it is found that the stress effect to one of the parameters expressing hysteretic property has been clearly deflected its values depending on the externally applied stresses.

**Key Words :** Harmonic balance, Hysteretic property, Orthogonal property, Domain based model

### 1. はじめに

現代社会において、磁氣的結合など磁性材料の特性を積極的に利用した電気機器が数多く開発され、実用化されている。磁性材料の持つ磁気飽和、ヒステリシス、渦電流等の特性は、時として磁性材料を用いる電気機器において、予測困難で複雑なシステム応答を示す場合がある。

また、これらの電気機器に用いられる磁性材料の機械的構造はその本質的な役割のため、常に機械的応力が加わり、残留応力も存在する。機械的強度維持のため、機械的応力や残留応力に対する非破壊検査技術は安全性確保のために極めて重要であり、予め磁性材料の残留応力などが非破壊的に探査可能となれば、電気機器を始めとする磁性材料を用いたプロダクトに於ける機械的安全性や耐久性が計数化可能となり、プロダクトの安全性が確保できると言える。

磁性材料は磁区構造を持ち、結晶に物理的エネルギーが加わることで磁区構造、磁化特性が変化する。したがって、磁性材料の応力検査において、対象の磁化特性を詳細に把握する技術を確認することは極めて有効である。

本論文の主要な目的は、従来、表現出来なかった磁気飽和を含む非線形な磁化特性を、調和平衡法的ア

プローチによって数値的にモデリングし、外部から応力を加えた場合に磁性材料のどのような特性に影響を及ぼすかを吟味することで、磁性材料の新しい応力探査技術の一端を開拓することである。

本論文では第一に磁区理論に基づく構成方程式[1]を提案し、調和平衡法的アプローチによって、磁気飽和を含む非線形な磁化特性を表現可能であることを報告する。

第二に外部応力が磁性材料の磁化特性に対しどのような影響を及ぼすか、調和平衡法的アプローチによって導かれる磁気履歴の各高調波に関して吟味する。

### 2. 磁区理論に基づく磁化特性モデル

磁区理論に基づく磁化特性モデルの構成方程式は、静的な磁区状態を表す式(1)と、動的な磁区状態を表す式(2)の和の式(3)で表される[2-4]。

$$H_{static} = \frac{1}{\mu} B \quad (1)$$

$$H_{dynamic} = \frac{1}{s} \left( \frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right) \quad (2)$$

$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{s} \frac{dB}{dt} - \frac{\mu_r}{s} \frac{dH}{dt} \quad (3)$$

ここで、 $H$ ,  $B$  はそれぞれ磁界の強さ[A/m]と磁束密度[T]を表す。さらに、 $\mu$ ,  $\mu_r$ ,  $s$  はそれぞれ透磁率[H/m], 可逆透磁率[H/m], ヒステリシス係数[ $\Omega \cdot m$ ]である。式(3)における3個のパラメータは、過去の履歴や駆動周波数に依存しない方法で算出、測定される<sup>(1)~(3)</sup>ことが大きな特徴である[1-3]。

### 3. 調平衡法のアプローチ

図1に示すような入出力システムを考える。このシステムの入力と出力をそれぞれ式(4), (5)の様に与える。このシステムを式(3)の構成方程式に適用すると、式(6)を得る。

$$f(t) = \sum_{i=0}^n a_i \sin(i\omega t) + \sum_{i=0}^n b_i \cos(i\omega t) \quad (4)$$

$$g(t) = \sum_{i=0}^n c_i \sin(i\omega t) + \sum_{i=0}^n d_i \cos(i\omega t) \quad (5)$$

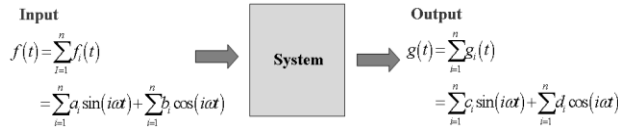


図1 入出力システムの模式図

$$f(t) = \frac{1}{\mu} g(t) + \frac{1}{s} \frac{dg(t)}{dt} - \frac{\mu_r}{s} \frac{df(t)}{dt} \quad (6)$$

パラメータ  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  を用いて式(6)を式(7)のように変形する。

$$f(t) = \alpha g(t) + \beta \frac{dg(t)}{dt} - \gamma \frac{df(t)}{dt} \quad (7)$$

式(7)のパラメータ  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  を求めるために、式(7)の両辺に出力  $g(t)$  を掛け、1周期0からTまで積分すると式(8)を得る。

$$\int_0^T g(t) f(t) dt = \alpha \int_0^T g(t) g(t) dt + \beta \int_0^T g(t) \frac{dg(t)}{dt} dt - \gamma \int_0^T g(t) \frac{df(t)}{dt} dt \quad (8)$$

同様に、式(7)の両辺に出力関数の微分  $dg(t)/dt$  を掛け、0からTまで積分すると式(9)を得る。

$$\int_0^T \frac{dg(t)}{dt} f(t) dt = \alpha \int_0^T \frac{dg(t)}{dt} g(t) dt + \beta \int_0^T \frac{dg(t)}{dt} \frac{dg(t)}{dt} dt - \gamma \int_0^T \frac{dg(t)}{dt} \frac{df(t)}{dt} dt \quad (9)$$

さらにまた、式(7)の両辺に入力関数  $f(t)$  を掛け、0からTまで積分すると式(10)を得る。

$$\int_0^T f(t) f(t) dt = \alpha \int_0^T f(t) g(t) dt + \beta \int_0^T f(t) \frac{dg(t)}{dt} dt - \gamma \int_0^T f(t) \frac{df(t)}{dt} dt \quad (10)$$

式(8), 式(9), 式(10)に入力と出力の関数を代入することで、式(11)のようなシステム方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} a_i c_i + b_i d_i \\ b_i c_i - a_i d_i \\ a_i^2 + b_i^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_i^2 + d_i^2 & 0 & -i\omega(a_i d_i - b_i c_i) \\ 0 & i\omega(c_i^2 + d_i^2) & -i\omega(a_i c_i + b_i d_i) \\ a_i c_i + b_i d_i & -i\omega(a_i d_i - b_i c_i) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

式(11)を解くことで、第  $i$  高調波に対するパラメータがそれぞれ求まる。第  $i$  高調波における入出力の関係は、式(12)により与えられる。

$$f_i(t) = \alpha_i g_i(t) + \beta_i \frac{dg_i(t)}{dt} - \gamma_i \frac{df_i(t)}{dt} \quad (12)$$

フェイザー表示を導入、 $\hat{\cdot}$  を複素数とすると、式(13)を得る。

$$(1 + j\omega\gamma_i) \hat{f} = (\alpha_i + j\omega\beta_i) \hat{g} \quad (13)$$

したがって出力は式(13)の実数部となり、最終的に式(14)で表せる。

$$g(t) = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{1 + (\omega\gamma_i)^2}{\alpha_i^2 + (\omega\beta_i)^2}} \sqrt{f_{i,r}^2 + f_{i,m}^2} \cos\left(i\omega t - \tan^{-1} \frac{f_{i,m}}{f_{i,r}} + \tan^{-1} \omega\gamma_i - \tan^{-1} \frac{\omega\beta_i}{\alpha_i}\right) \quad (14)$$

任意の図2(a)のループと、式(14)より再現したループを比較する。

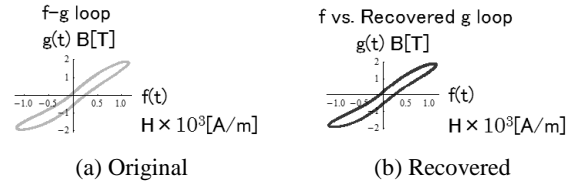


図2 ループ再現性の確認

図2より任意のループは再現したループと良好に一致した。よって、磁区理論に基づく磁化特性モデルに拠る磁気履歴特性に関して、調平衡法のアプローチの基礎が確立されたと言える。

## 4. 実験

### (ア) 調平衡法による磁気履歴の再現

図3は本論文で採用した磁化特性の測定装置である。継鉄としてマンガンジ系フェライトコアを採用した。供試材料は厚さ0.35mm幅30mm長さ100mmの方向性珪素鋼板である。U字型フェライトコアの底部に巻かれた励磁コイルは300回巻きであり、この励磁コイルへ振幅0.3A、周波数500Hzの交流電流を通電した。また鋼板の圧延方向は長手方向で、サーチコイルは長手方向に対して直角に巻いてある。

図4は測定したヒステリシスループと、式(14)により第9高調波までの和で再現したループの比較を示す。

表1 測定装置の詳細

試験片	U字型フェライトコア
材料: ケイ素鋼板 長さ: 100cm 幅: 30mm 厚さ: 0.35mm 巻き数: 300 turns 導線径: 0.2mm	材料: フェライト 巻き数: 300 turns 導線径: 0.6mm

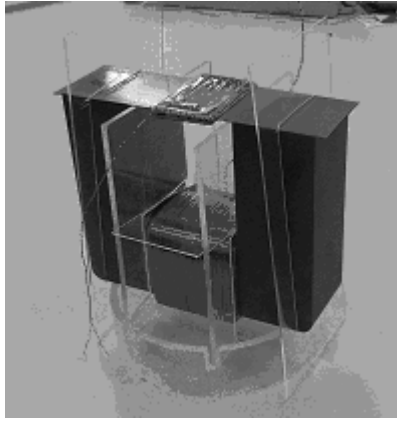


図3 供試材料とU字型フェライトコア

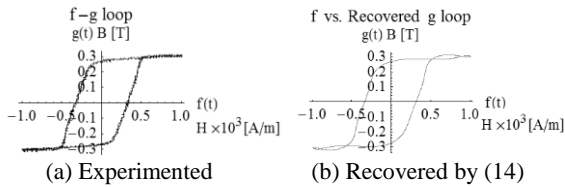


図4 磁気ヒステリシスループの再現性の検証

式(14)により再計算したヒステリシスループは実験値と相関係数 0.99 で良好に一致した。これは、磁気飽和を含む非線形な磁化特性が、調和平衡法的アプローチで表現可能であることを意味する。

(イ) 応力によるパラメタ周波数特性の変化

図5に示すように900gの錘を試験片の中心部に置いた場合、すなわち外部から応力を加えた場合のヒステリシスループを測定し、置いていない場合と比較する。未飽和、飽和、過飽和状態における結果を図6(a)~(c)にそれぞれ示す。

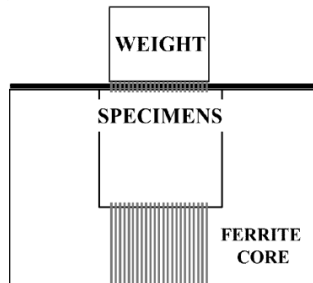
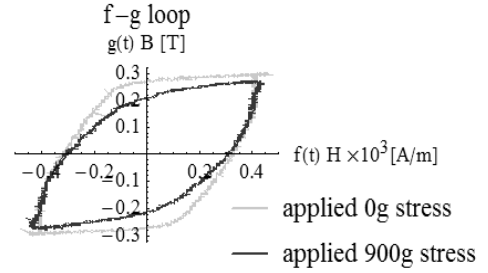
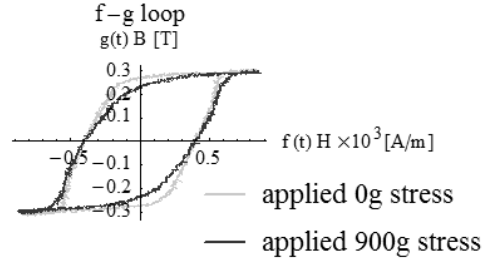


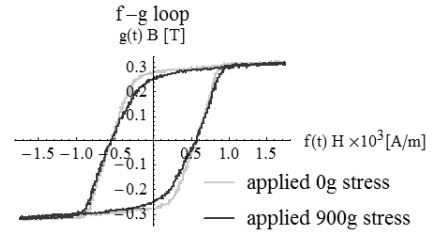
図5 応力印加時の測定装置



(a) Low voltage



(b) Middle voltage

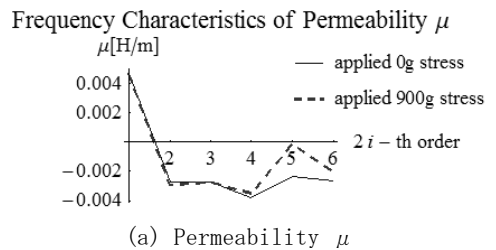


(c) High voltage

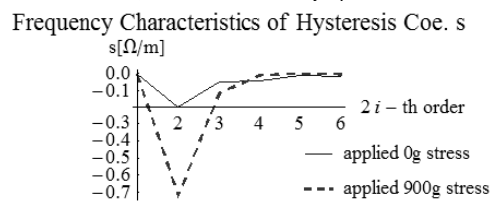
図6 各状態のヒステリシスループに対する応力の影響

図6(a)~(c)より、未飽和、飽和、過飽和のいずれの状態においても、外部応力によりヒステリシスループの形状が変化していることが確認できる。

次に、磁区理論に基づく磁化特性モデルの3パラメタ  $\mu$ 、 $\mu_r$ 、 $s$  の周波数特性により、外部応力が磁化特性に及ぼす影響を吟味する。横軸に高調波次数、縦軸にそれぞれパラメタ  $\mu$ 、 $\mu_r$ 、 $s$  の値をとる。さらに、未飽和、飽和、過飽和の各状態において、応力加えた場合と加えない場合のパラメタの周波数特性を比較したグラフを図7~9に示す。



(a) Permeability  $\mu$



(b) Hysteresis coefficient  $s$

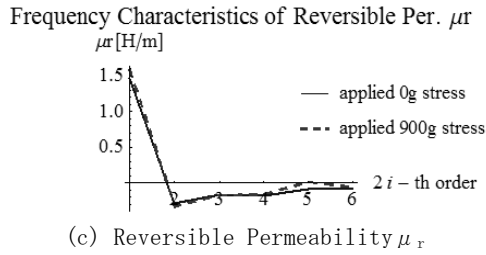


図7 パラメタの周波数特性 (未飽和状態)

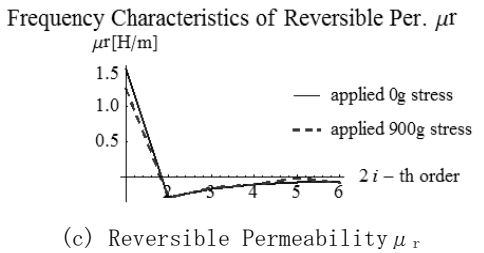
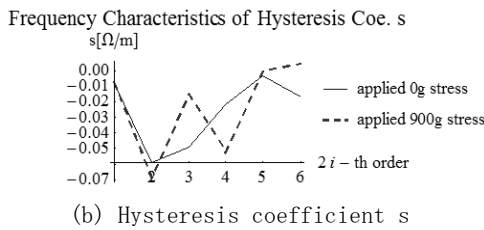
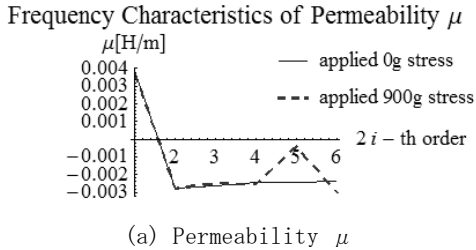


図8 パラメタの周波数特性 (飽和状態)

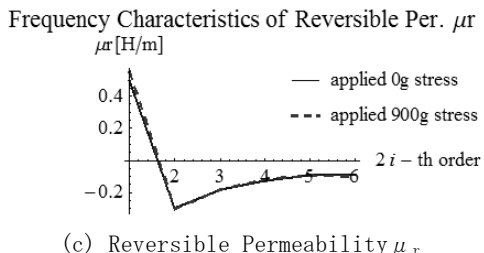
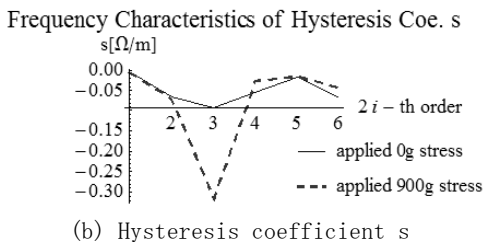
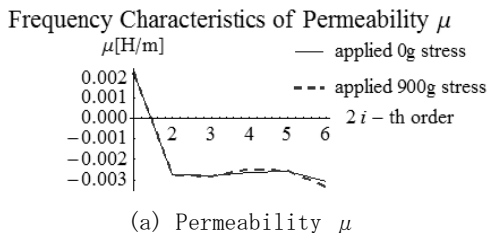


図9 パラメタの周波数特性 (過飽和状態)

図7~9より、外部応力に最も敏感に反応しているパラメタはヒステリシス係数の  $s$  であることがわかる。ヒステリシス係数は磁性材料中の鉄損を表すパラメタである。そのため、電気機器中の磁性材料は、外部から応力が加わることで鉄損分布が大きく変化すると考えられる。

## 5. 結論

磁区理論に基づく磁化特性モデルに調和平衡法的アプローチを適用し、磁気飽和を含む磁気履歴特性が表現可能であることを示した。さらに、磁気飽和を含む領域と含まない領域の双方において、透磁率  $\mu$  は一意的に決定可能であることを見出した。

また、外部応力によって最も敏感に反応するパラメタはヒステリシス係数  $s$  であることが判明した。換言すれば、磁性材料に外部から応力が加わると主として鉄損分布に大きく影響していると言える。

謝辞：本研究を進めるに当たり、齊藤兆古教授には数多くのご指導、ご支援を賜りました。深く感謝致します。また、ご協力を頂いた齊藤兆古研究室の皆様にご心より感謝致します。

## 参考文献

- 1) 早野誠治, 宮崎淳, 並木勝, 齋藤兆古 “磁界計算のための磁性材料の構成式” マグネティックス研究会, SA-90-33, RM-90-45, Aug. 1990.
- 2) Y.Saito, K.Fukushima, S.Hayano and N.Tsuya, “Application of a Chua type model to the loss and skin effect calculations”, IEEE Transaction on Magnetics, Vol.MAG-23, No.5, pp.2227-2229, Sep., 1987.
- 3) Y.Saito, Y.Kishino, K.Fukushima, S.Hayano and N.Tsuya, “Modelling of magnetization characteristics and faster magnetodynamic field computation”, Journal of Applied Physics, Vol.63, No.8, pp.3174-3178, April, 1988.
- 4) S.Hayano, Y.Saito, and Y.Sakaki, “A magnetization model for computational magnetodynamics”, Journal of Applied Physics, Vol.29, No.28, pp.4614-4616, Apr., 1991.

## フーリエ級数を用いた磁界制御型磁化特性モデルの導出

## DERIVATION OF A MAGNETIZATION MODEL BY FOURIER SERIES

和久田恭祐

Kyosuke WAKUDA

指導教員 齊藤兆古

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻博士前期課程

This present paper proposes one of the phenomenological magnetization model which is capable of representing the saturation as well as hysteretic magnetizing properties. The parameters of the phenomenological model are obtained by means of the orthogonal property of the Fourier series. The phenomenological model derived by Fourier series is composed of the two independent parameters. One is corresponding to a permeability of the ferromagnetic materials and the other is representing the hysteresis property. Furthermore, we evaluate the stress influence in terms the higher harmonic hysteresis loops.

**Key Words** :Hysteresis loop; Fourier series, Orthogonal function, Ferromagnetism, Phenomenological modeling

## 1. はじめに

有限要素法で代表される数値解析技術の進展と小型・高性能のパーソナルコンピュータの爆発的な普及で、従来、大型計算機でしか利用できなかった電磁界解析ソフトが個人レベルでも利用可能な環境が構築されている。

しかしながら、殆ど総ての電磁界解析ソフトウェアパッケージは線形問題に関して十分に実用性があるが、強磁性体が絡む電磁界解析では、解析空間が空気など線形媒質で支配される場合を除いて実務に耐えられない。

この理由は、磁性体の磁化特性にある。総ての磁性体は非線形であり、磁気飽和、磁気ヒステリシス、磁区間のアノマラスな渦電流などを呈し、これらの特性は応力、温度などの環境条件によっても変化する。従って、磁性体の磁化特性、特に磁気履歴特性を導入しなければ磁性体が系を支配する電気機器には無力である。

強磁性体中で磁束密度が正弦波状に時間変化している場合、この磁束密度に伴う磁界は強磁性体の非線形磁化特性に起因して歪波となる。この磁界へフーリエ解析を適用することで、磁界は奇関数成分と偶関数成分の波形へ分けられる。奇関数と偶関数の磁界と同相となる磁束密度とその時間微分を勘案すると、磁界と磁束密度、および磁束密度の時間微分の関係を表す構成方程式が導かれる[2, 3]。この構成方程式は磁区履歴特性を表す磁化特性モデルであり、バルク強磁性体、

すなわち、トロイダルコアなどでは限られた周波数範囲で極めて有用な磁化特性モデルとなることが報告されている[1]。

現実問題として、磁気飽和のため、磁束密度は正弦波状に駆動できない。従って、磁束密度正弦波モデルは磁気飽和が支配的でない範囲でのみ有効であり、磁気飽和が支配的な系では無力である。

この問題の根本的解決方法として、本論文では、磁界制御型の磁化特性モデルをフーリエ級数で導き、その妥当性を実験により検証する[2, 3]。

## 2. 磁界制御型磁化特性モデル

## (1) 理論的基礎

磁性体を磁化する磁界  $H$  が任意の奇関数で与えられるとする。磁界  $H$  が強磁性体に加えられ磁束密度  $B$  が生じたとする。強磁性体の非線形な磁化特性に起因して磁束密度  $B$  は磁界  $H$  と同時間位相である奇関数成分  $B_{Odd}$  と磁界  $H$  と時間位相が 90 度異なる偶関数成分  $B_{Even}$  からなる。

すなわち、

$$B = B_{Odd} + B_{Even} \quad (1)$$

ここで、式(1)の右辺はフーリエ級数を使って、

$$B = B_{Odd} + B_{Even} \\ = \sum_{i=1}^n B_{si} \sin(i\omega t) + \sum_{i=1}^n B_{ci} \cos(i\omega t) \quad (2)$$

となり、 $B_{si}, i=1, 2, \dots, n$ , と  $B_{ci}, i=1, 2, \dots, n$ , はそれぞれ次式で与えられる。



$$B_{si} = \frac{2}{T} \int_0^T B \cdot \sin(i\omega t) dt \quad (3)$$

$$B_{ci} = \frac{2}{T} \int_0^T B \cdot \cos(i\omega t) dt \quad (4)$$

磁束密度の奇関数成分  $B_{Odd}$  は磁界  $H$  と同時位相であるから、 $\mu [H/m]$  を透磁率として、

$$B_{Odd} = \mu H \quad (5)$$

の関係式で表される。

他方、磁束密度の奇関数成分  $B_{Even}$  は磁界  $H$  の時間微分  $dH/dt$  と同時位相となるから、 $\gamma [s \cdot \Omega/m]$  を両者間のパラメータとすれば、

$$B_{Even} = \gamma \frac{dH}{dt} \quad (6)$$

の関係が成り立つ。

従って、式(5),(6)を式(1)へ代入し、

$$B = \mu H + \gamma \frac{dH}{dt} \quad (7)$$

が得られる。

式(7)が磁界制御型磁化特性モデルである。特に、磁界制御型と呼ぶ理由は、磁界系を制御する既知入力を磁界  $H$  としていることによる。

## (2) 調和平衡法

図1に示す入出力システムを考え、入力  $f(t)$  と出力  $g(t)$  が与えられたとすれば、

$$f(t) = \sum_{i=1}^n a_i \sin(i\omega t) + \sum_{i=1}^n b_i \cos(i\omega t) \quad (8)$$

$$g(t) = \sum_{i=1}^n c_i \sin(i\omega t) + \sum_{i=1}^n d_i \cos(i\omega t) \quad (9)$$

はフーリエ級数で与えられる。

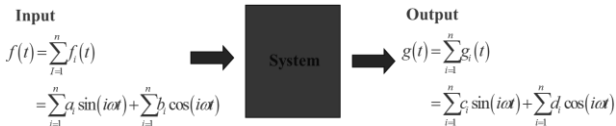


図1 入出力システム

このシステムで、入力  $f(t)$  と出力  $g(t)$  はパラメータ  $\alpha$ 、 $\beta$  を用いて以下の式で与えられると仮定する。

$$\sum_{i=1}^n g_i(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(t) + \sum_{i=1}^n \beta_i \frac{df_i(t)}{dt} \quad (10)$$

式(10)のパラメータ  $\alpha_i$ 、 $\beta_i$  は正弦波と余弦波関数の直交性からそれぞれ(11)、(12)式で与えられる。

$$\alpha_i = \frac{\int_0^T f_i(t) \cdot g_i(t) dt}{\int_0^T f_i^2(t) dt} = \frac{a_i c_i + b_i d_i}{a_i^2 + b_i^2} \quad (11)$$

$$\beta_i = \frac{\int_0^T \left( \frac{df_i}{dt} \right) \cdot g_i(t) dt}{\int_0^T \left( \frac{df_i}{dt} \right)^2 dt} = \frac{a_i d_i - b_i c_i}{i\omega (a_i^2 + b_i^2)} \quad (12)$$



図2 磁化特性測定装置

## (3) 実験

図2は磁化特性測定装置を示す。継鉄としてマンガンジニング系フェライトコア、供試材料として方向性珪素鋼板(厚さ 0.35mm 幅 30mm 長さ 100mm)を採用した。U字型フェライトコアの底部には励磁コイルを300回巻き、この励磁コイルに振幅 0.12A、周波数 500Hz の交流電流を通电した。また対象物である珪素鋼板にはサーチコイルを300回巻いている。

図3は測定したヒステリシスループと第9高調波までの和で再現したループの比較を示す。

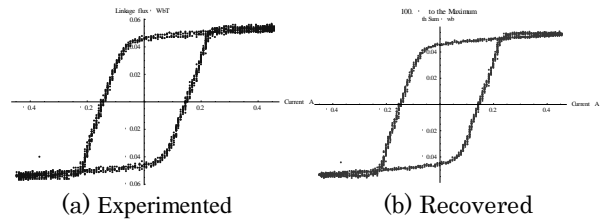


図3 ヒステリシスループの再現

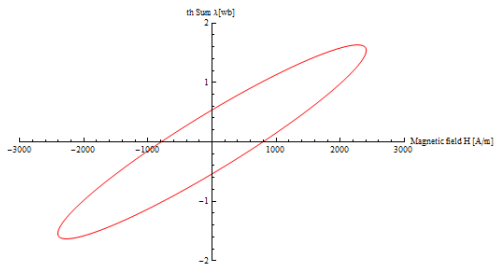
図4は基本波から第9次高調波のヒステリシスループを示す。

図4より基本波のヒステリシスループは正の傾きを持つが、第3次以降の高調波においては全てが負の傾きを持つ。従って、基本波で損失となった磁気エネルギーを高調波が回生することで本来のヒステリシスループが再現されることが判る。

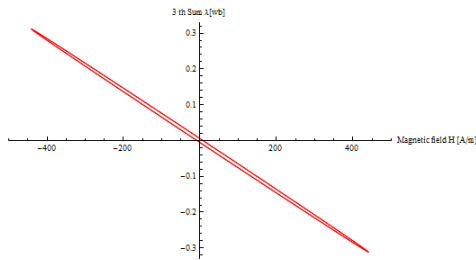
図4中で縦軸の%部分は総和のヒステリシスループに対するループ面積、すなわち、鉄損を示す。この割合から、全ヒステリシス損失の90%近くが基本波に拠ることが判る。

次に図5に示すように供試材料へ非磁性の錘を載せることでストレス(応力)を加えて磁気ヒステリシスループを測定した。図5で、錘を加えることで供試材料が励磁磁極から離れ無いうにU字形の空隙部に支える木片を挿入して実験を行った。

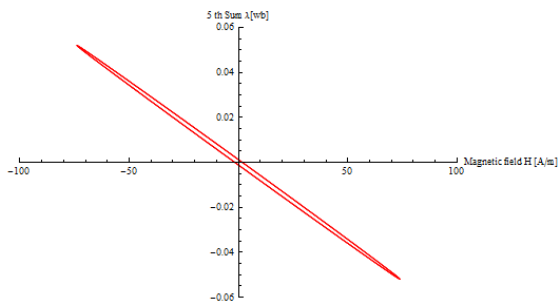
図6が1.9kgの錘を与えた場合と与えていない場合のヒステリシスループの比較である。明らかに、応力を印可することで方向性珪素鋼板の角型特性(実線)が崩れS型ヒステリシスループ(破線)になることが判る。



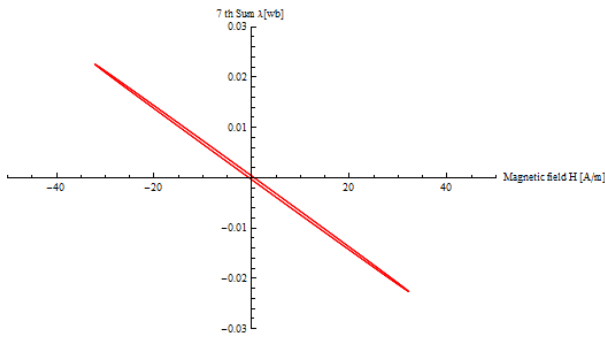
(a) fundamental wave



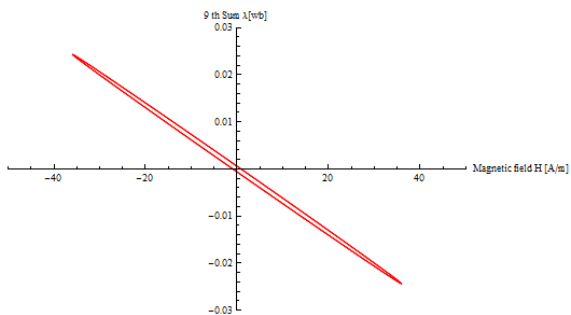
(b) 3rd harmonic



(c) 5th harmonic



(d) 7th harmonic



(e) 9th harmonic

図4 高調波ヒステリシスループ

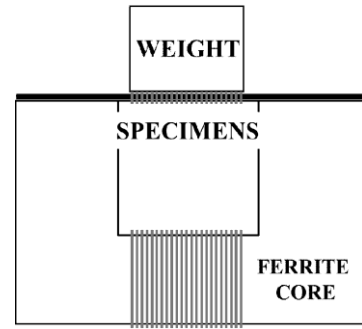


図5 応力印加方法

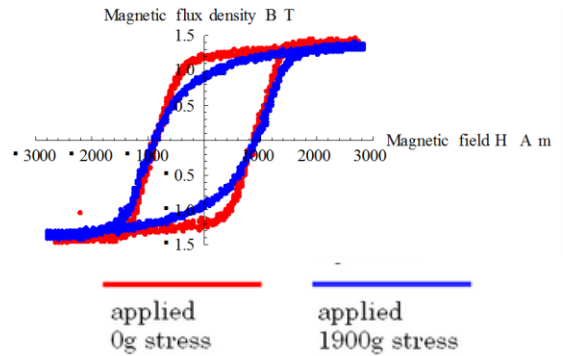


図6 応力印加時と非印加時の磁気ヒステリシスループの比較

図7は基本波から第9次高調波までのヒステリシスループを示す。図7は高調波次数が大きいほど応力に対して敏感に反応し、振幅が小さくなることを示している。

図8は高調波ごとのヒステリシスループを逐次加算していくことで再現したヒステリシスループである。

基本波から第9高調波までの和でほぼ磁気ヒステリシスループが再現出来ていることがわかる。

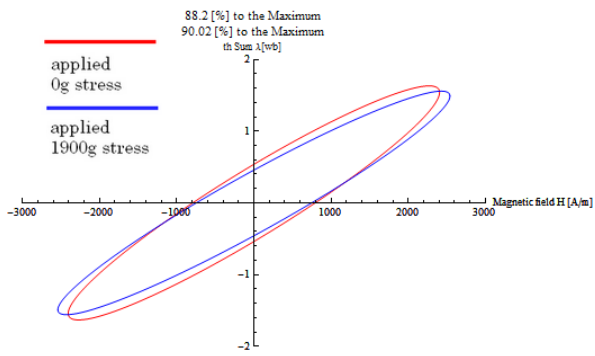
### 3. 結言

磁気飽和を含む磁気履歴特性は、調和平衡法的アプローチにより表現が可能であることを示した。ヒステリシスループにおいて、基本波は正の傾きを持ちエネルギーの損失を表すが、高調波成分は全て負の傾きを持ちエネルギーを回生するものであった。

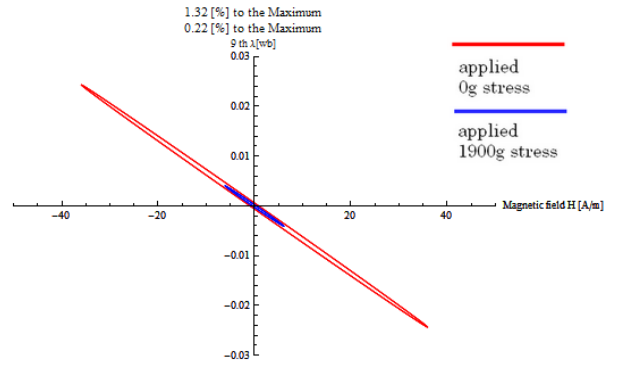
外部応力によるヒステリシスループへの影響は、高調波次数が大きいほど応力に対して敏感に反応し、振幅が小さくなることが判明した。

### 参考文献

- 10) Y.Saito, S.Hayano, H.Nakamura, Y.Kishino and N.Tsuya, A Representation of Magnetic Hysteresis by Fourier Series, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 54-57, pp. 1613-1614, 1986.
- 2)和久田恭祐、齊藤兆古、磁化特性のフーリエ解析、電気学会 マグネティクス研究会、2014年10月
- 3)和久田恭祐、齊藤兆古、フーリエ級数を用いた磁界制御型磁化特性モデルの導出、日本AEM学会 23回

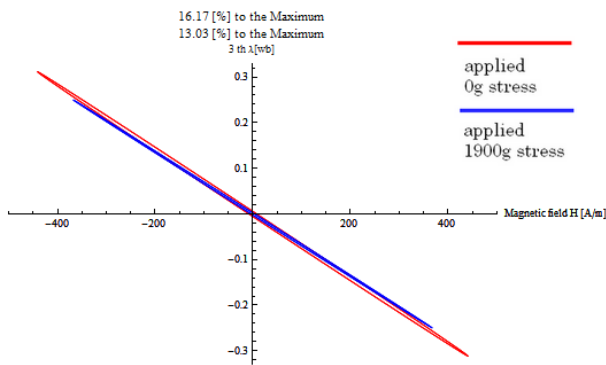


(a) fundamental wave

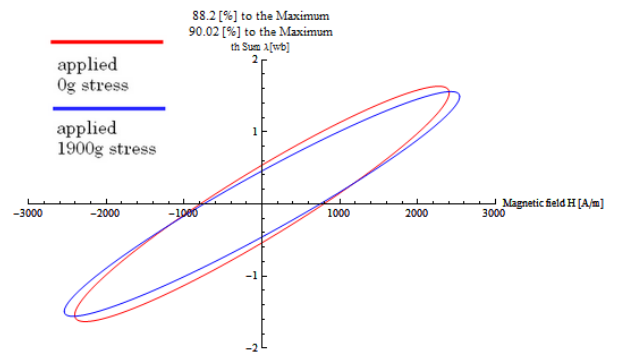


(e) 9th harmonic

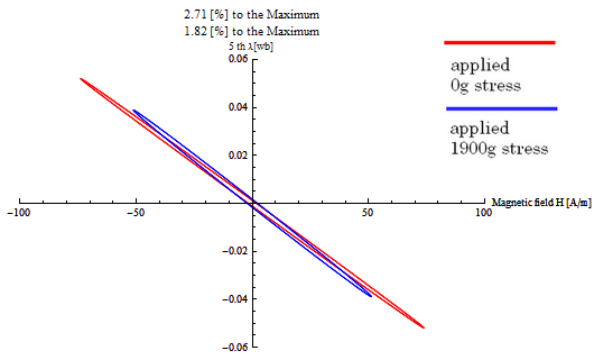
図7 高調波ヒステリシスループの比較



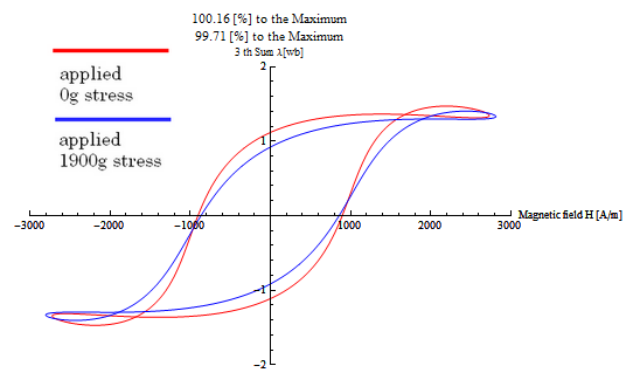
(b) 3rd harmonic



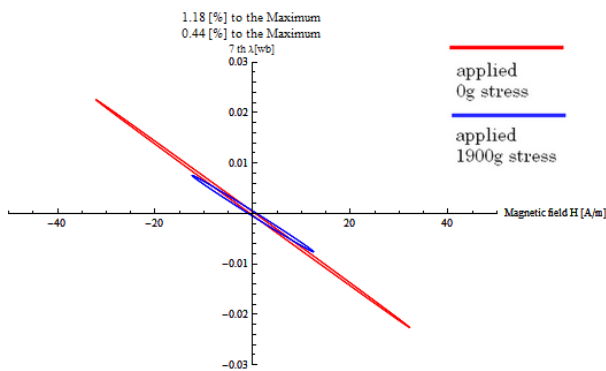
(a) fundamental wave



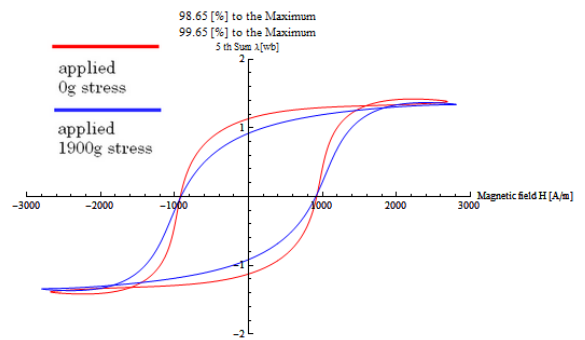
(c) 5th harmonic



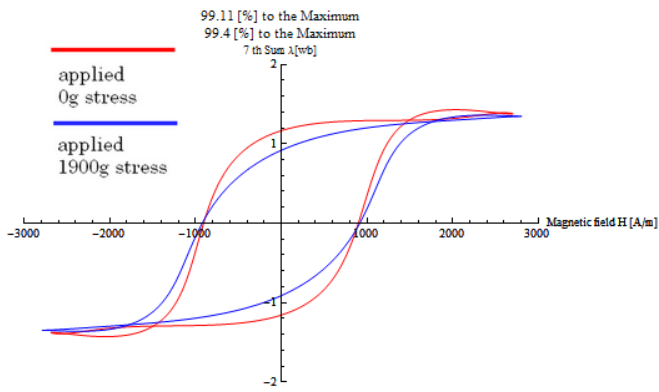
(b) 3rd harmonic



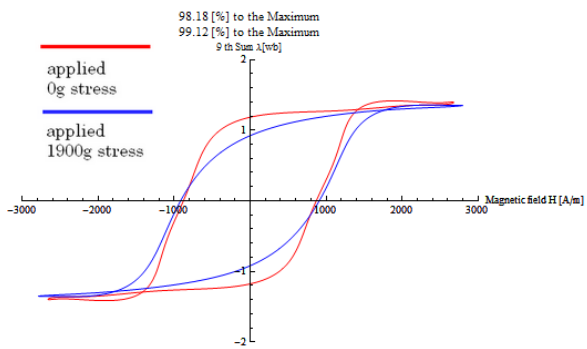
(d) 7th harmonic



(c) 5th harmonic



(d) 7th harmonic



(e) 9th harmonic

図8 基本波から第9次高調波までの和