

2005 年度 修士論文

電子機器内部の電流分布推定に関する考察

A Study of Internal Current Distribution in Electronic Devices

法政大学大学院 工学研究科
電気工学専攻 修士課程

学籍番号 04R3201

氏名 アナブキユキヒコ
穴吹幸彦

指導教授 齋藤兆古

Abstract

In recent years, faulty operation by mutual interference among electric and electronic devices has become a social problem, which is occurred by widely spreading in use of the personal computers and cellular phones. This is a typical EMC (Electromagnetic Compatibility) problem. The electromagnetic field visualization in the electronic devices is of paramount importance to checking up the EMC problem for developing and designing the modern electronic devices. This paper has studied the visualization methodologies of the current distributions from the locally measured magnetic fields. In order to visualize the current distributions, it is intrinsically reduced into solving for an ill-posed inverse problem.

In this paper, we have carried out the estimation of the three-dimensional current vector distributions with GVSPM method from the locally measured six tow-dimensional magnetic fields around the square cubic box.

目次

1. 序論.....	1
2. 電磁界系逆問題とその解析法.....	2
2.1. 重み付き逆行列法.....	2
2.1.1. 重み付き逆行列法とは.....	2
2.1.2. 最小ノルム法の原理.....	2
2.1.3. 最小ノルム解.....	3
2.1.4. 重み付き逆行列法の定式化.....	4
2.1.5. 重み行列の決定.....	4
2.1.6. フーリエ基底による WIM 解.....	5
2.2. GVSPM 法.....	6
2.2.1. Sampled Pattern Matching(SPM)法.....	6
2.2.2. システム方程式と評価関数.....	6
2.2.3. GVSPM 法.....	7
2.3. 重み付き逆行列法と GVSPM 法のハイブリッド法.....	9
2.3.1. 基本的概念.....	9
2.3.2. ハイブリッド法の定式化.....	9
3. 電磁界逆問題のシステム方程式導出.....	11
3.1. ループ電流モデル.....	11
3.2. 修正ループ電流モデル.....	12
3.3. 四角形ループ電流モデル.....	13
3.4. システムの比較.....	14
3.4.1. 解析モデル.....	14
3.4.2. 比較・検証.....	14
4. 3次元電流分布推定.....	16
4.1. 準3次元モデル.....	16
4.1.1. シミュレーション.....	16
4.1.2. 実験.....	19
4.2. 3次元モデル.....	22
4.2.1. 3次元三角形ループモデル.....	22
4.2.2. シミュレーション.....	22
4.2.3. 実験.....	24
5. 結言.....	28
参考文献.....	29
研究業績.....	30

1. 序論

立方体内の電流分布を推定することは、現代の電気・電子機器内の故障部分を特定することや、EMC問題の検査をする上の基幹技術である[1][2]。また、現代の電気・電子機器はほぼ完全な密閉構造をしており、その内部を調べるには機器そのものを破壊、分解しなくてはならない。機器を分解せずに、立方体内の電流分布を推定するためには、本質的には逆問題を解くことになる。なぜならば、電気・電子機器周辺から放射される磁界の全てを測定することは不可能であり、これらの局所的に測定された磁界からこれらの磁界源である電流分布を計算しなければならぬからである。

多くの逆問題は、 $Y=CX$ という不適切な線形システム方程式の解として解かれる。ここで、 Y は n 次の測定された電磁界ベクトル、 X は m 次の電磁界源ベクトル、そして C は n 行 m 列のシステム行列であり、電磁界と電磁界源の関係を表すグリーン関数で構成されている。多くの場合、電磁界源存在の自由度から未知数の数 m の方が既知である数 n よりもはるかに多い。このように、立方体内の電流分布を推定することは、不適切な線形システム方程式 $Y=CX$ を解くことに帰する[3]。

本論文では、2章で逆問題解析法である重み付き逆行列法、GVSPM法、ハイブリッド法について述べ、3章で述べるシステム方程式の導出方法についてそれらの解法を用いて比較・検証を行う。そして、4章では準3次元モデル、3次元モデルを用いて解法の理論、実験による検証についてそれぞれ述べ、逆問題解析法として最終的にGVSPM法を採用し、理論と実験の比較・検証を行う。

2. 電磁界系逆問題とその解析法

2.1. 重み付き逆行列法

2.1.1. 重み付き逆行列法とは

式の数より未知数の数が多い不適切な線形システムの解は無数に存在する。無数に存在する解から一意的な解を求めるためには何らかの拘束条件が必要である。最小ノルム法は解ベクトルのノルムが最小となる拘束条件を導入した解法であり、解の形を仮定しない汎用的な解法である。他方、重み付き逆行列法は解の形を仮定して解ベクトルを決定する。換言すれば、未知数の数から式の数を引き算した数 $(m-n)$ の解要素を単純に式の数 n に等しい解要素に従属して決めるのではなく、何らかの関数で補間して与えようとする考え方に基づいている。多くの物理系における解の形は解の存在する空間座標の連続関数として表される。重み付き逆行列法は解が空間座標の関数として級数展開可能であることを仮定し、展開された級数の係数を決定することで逆問題の解を得る方法である。この場合、界の妥当性を級数の収束性で評価可能とする。

本論文では、最初に最小ノルム法の原理から述べ、重み付き逆行列法は一般化逆行列法を拡張したものであることを示す。

2.1.2. 最小ノルム法の原理

最小ノルム法とは、解ベクトルのノルムを最小とする拘束条件を付加し、無数に存在する解の中から解ベクトルを特定する手法である。ここでは、具体的な例として(1)式のような解ベクトルが1次元である例題を考える。

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ \text{or} \\ \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= (c) \quad \mathbf{CX} = \mathbf{Y} \end{aligned} \quad (1)$$

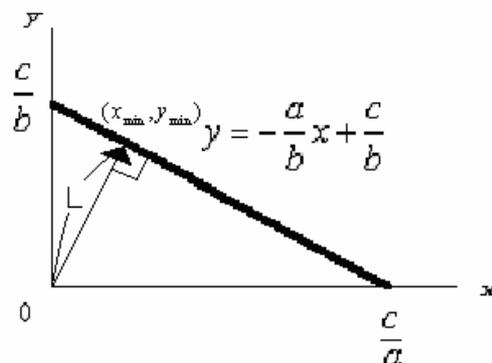


図1 (1)式の解直線

求める解は x, y であり、これらの解は無数に存在する。(1)式で、 $x=0$ のとき $y=c/b$ 、 $y=0$ のとき $x=c/a$ であるから、図1に示す解直線上の点はすべて(1)式の解である。

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \quad (2)$$

(2)式は解直線を表し，解は x が決まれば y が決まることを意味する．換言すれば， x, y の何れか一方が決まれば他は従属して決まる．これは重要な関係であり，逆問題では，式の数に等しい数の解が一意的に決まれば残りの解は従属して決まることを意味する．

2.1.3. 最小ノルム解

最小ノルム法は図1に示す解直線上で最も原点から距離 L が短い解， x_{\min}, y_{\min} を(2)式の解とする．明らかに距離 L は

$$L = \|\mathbf{X}\| = \sqrt{x_{\min}^2 + y_{\min}^2} \quad (3)$$

となる．この解ベクトル \mathbf{X} のノルムが最小になる解は，原点を通り(2)式の解直線に垂直に交わる直線と(2)式の解直線との交点の座標に他ならない．物理的観点では系に蓄えられるエネルギーが最小となる解である．解直線に垂直な直線の方程式は

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} \quad (4)$$

である．従って，(2)式と(4)式により最小ノルム解が与えられる．

$$\begin{aligned} x_{\min} &= \frac{a}{a^2 + b^2} c \\ y_{\min} &= \frac{b}{a^2 + b^2} c \\ or \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} x_{\min} \\ y_{\min} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \right]^{-1} c$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{C}^T \left[\mathbf{C} \quad \mathbf{C}^T \right]^{-1} \mathbf{Y}$$

(5)式から，最小ノルム解は(1)式の係数 a, b に依存し， x の係数 a が y の係数 b に比較して絶対値が大きければ，解 x_{\min} が y_{\min} よりも大きな絶対値を取る．また，解ベクトル \mathbf{X} が n 次の場合も，本例の自然な拡張により適用することができる．

2.1.4. 重み付き逆行列法の定式化

重み付き逆行列法(Weighted Inverse Matrix. 以下 WIM と略記)法により(1)式で表されるシステム方程式の解を導くことを考える。(1)式は式の個数が1,未知数の個数が2であるから,解ベクトルを以下のように仮定する.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} s_0 \quad (6)$$

ここで, w_1, w_2 は重み係数であり, s_0 は定数である.

(6)式を(1)式に代入すれば,

$$\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} s_0 = [c] \quad (7)$$

であるから,

$$s_0 = [w_1 a + w_2 b]^{-1} [c]$$

or

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} s_0 \quad (8)$$

$$= \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} [w_1 a + w_2 b]^{-1} [c]$$

として解ベクトルが得られる.

(8)式を一般的に書けば,(9)式のように書ける.

$$\mathbf{X} = \mathbf{W} [\mathbf{C}\mathbf{W}]^{-1} \mathbf{Y} \quad (9)$$

(9)式で \mathbf{W} は重み行列である.

2.1.5. 重み行列の決定

WIM法において最も重要なことは重み行列の決定である.WIM法は解がある関数系で級数展開可能であることを前提とした解法である.得られる解 \mathbf{X} が解空間の関数 $X(\cdot)$ で級数展開で

きると仮定すると(10)式のように書くことができる。

$$X(\alpha) = s_0 + s_1 X(\alpha)_1 + s_2 X(\alpha)_2 + \dots + s_{n-1} X(\alpha)_{n-1} \quad (10)$$

(10)式で関数 $X(\alpha)_i (i=1,2,\dots,n-1)$ を重み関数，または基底関数と呼ぶ。解 X が 毎に離散化されたとすれば(11)式が得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \mathbf{W}\mathbf{S} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & X(0)_1 & X(0)_2 & \cdot & X(0)_{n-1} \\ 1 & X(\Delta\alpha)_1 & X(\Delta\alpha)_2 & \cdot & X(\Delta\alpha)_{n-1} \\ 1 & X(2\Delta\alpha)_1 & X(2\Delta\alpha)_2 & \cdot & X(2\Delta\alpha)_{n-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & X[(m-1)\Delta\alpha]_1 & X[(m-1)\Delta\alpha]_2 & \cdot & X[(m-1)\Delta\alpha]_{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ \cdot \\ s_{n-1} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

システム行列 C が n 行 m 列の横長の長方形行列であることに對して，重み行列 W は m 行 n 列の縦長の長方形行列である。(9)式で CW は，システム行列 C を重み行列 W によって n 行 n 列の正方形行列に内挿している。すなわち，WIM法は解をある関数系で内挿して解くことに他ならない。

2.1.6. フーリエ基底による WIM 解

ここでは，(12)式は解がフーリエ級数展開可能であることを仮定した場合に関して具体的に述べる。(12)式により重み行列は(13)式のように決定される。

$$X(\alpha) = s_0 + s_1 \cos \alpha + s_2 \sin \alpha + s_3 \cos 2\alpha + s_4 \sin 2\alpha \dots \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ x_m \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & \cdot \\ 1 & \cos \Delta\alpha & \sin \Delta\alpha & \cos 2\Delta\alpha & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cos(m-1)\Delta\alpha & \sin(m-1)\Delta\alpha & \cos 2(m-1)\Delta\alpha & \cdot \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ \cdot \\ s_{n-1} \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{W}\mathbf{S} \end{aligned} \quad (13)$$

(13)式から1次元問題に対する重み関数 W が決定される。

2次元問題では，解 X が解空間 と の関数であり，以下の形で与えられる。

$$\begin{aligned}
X(\alpha, \beta) = & s_0 + s_1 \cos \alpha + s_2 \sin \alpha + s_3 \cos \beta + s_4 \sin \beta \\
& + s_5 \cos \alpha \cos \beta + s_6 \cos \alpha \sin \beta \\
& + s_7 \sin \alpha \cos \beta + s_8 \sin \alpha \sin \beta + \dots
\end{aligned} \tag{14}$$

(14)式より, 重み行列が(15)式のように決定され, 係数の個数は9個以上の奇数でなければならないことが判る.

$$\begin{aligned}
\mathbf{X} &= \mathbf{W}\mathbf{S} \\
= & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & \cdot & 1 & \cdot \\ 1 & \cos \Delta\alpha & \sin \Delta\alpha & \cos \Delta\beta & \cdot & \sin \Delta\alpha \sin \Delta\beta & \cdot \\ 1 & \cos 2\Delta\alpha & \sin 2\Delta\alpha & \cos 2\Delta\beta & \cdot & \sin 2\Delta\alpha \sin 2\Delta\beta & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cos(m-1)\Delta\alpha & \sin(m-1)\Delta\alpha & \cos(m-1)\Delta\beta & \cdot & \sin(m-1)\Delta\alpha \sin(m-1)\Delta\beta & \cdot \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{15}$$

2.2. GVSPM 法

2.2.1. Sampled Pattern Matching(SPM)法

逆問題解析は未知数の数が式の数よりも多い不適切な線形システム方程式を解くことに帰する. 不適切な線形システム方程式の解を与える手法で, 最小ノルム法や重み付き逆行列法などの逆行列型解法は方程式を厳密に満足する解を与える. これに対して本節で述べる Sampled Pattern Matching法 (以下, SPM法と略記) は着想の根元が線形空間の角度に着目した方法であり, 逆問題を近似的に求めるものである. 初期は解の振幅情報をPWM(Pulse Width Modulation, 時比率)形式で与える解法として考えられたが, その後の研究により, 振幅情報も再現することが可能となり, 一般化SPM(Generalized SPM)法へ拡張され, 極めて有力な逆問題解析法と位置づけられるに至った.

2.2.2. システム方程式と評価関数

SPM法は不適切な線形システム方程式 (Ill Posed Linear System of Equations) を解く方法である. このため, ここでは次式で与えられる一般的な線形システム方程式を考える.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} \tag{16}$$

(16)式で, \mathbf{Y} は n 次の入力ベクトル, \mathbf{X} は m 次の解ベクトル, そして \mathbf{C} は n 行 m 列のシステム行列である. (16)式は(17)式のように書き直すことも可能である.

$$\mathbf{Y} = \sum_{i=1}^m x_i \mathbf{C}_i \tag{17}$$

$$C = (C_1 \ C_2 \ \dots \ C_m) \quad (18)$$

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (19)$$

(17)式で、 n 次の列ベクトル C_i は(18)式に示されているようにシステム行列 C を構成する列ベクトルである。また、 X_i は、(19)式に示すようにベクトル X を構成する要素である。

(17)式の両辺を入力ベクトル Y と列ベクトル C_i 、それぞれのノルムで正規化して、次式を得る。

$$\frac{Y}{|Y|} = \sum_{i=1}^m \frac{|C_i|}{|Y|} x_i \frac{C_i}{|C_i|}$$

or

$$Y' = \sum_{i=1}^m x_i' C_i' = C' X' \quad (20)$$

(20)式が正規化されたモデルシステム方程式である。(17)式は入力ベクトル Y が必ずシステム行列の列ベクトル C_i の線形結合で与えられることを意味する。従って、 k 回目の反復解 $X^{(k)}$ が与える入力ベクトル $CX^{(k)}$ と入力ベクトル Y 間の内積は(21)式のようになる。

$$f[X^{(k)}] = \frac{Y \cdot CX^{(k)}}{|Y| |CX^{(k)}|} = Y' \cdot \frac{CX^{(k)}}{|CX^{(k)}|} \quad (21)$$

を解の評価関数とし、

$$f[X^{(k)}] \rightarrow 1 \quad (22)$$

を探索する考え方が SPM の基本的着想である。

2.2.3. GVSPM 法

GVSPM法は一斉評価型の解法である。(20)式で、初期値を $X^{(0)} = C'^T Y'$ として、残差ベクトルが

$$\Delta Y^{(1)} = Y' - C' X^{(0)} = C' \Delta X^{(1)} \quad (23)$$

与えられるとする。この残差ベクトル $\Delta Y^{(1)}$ と与える解の誤差ベクトル $X^{(1)}$ を近似的に

$$\Delta X^{(1)} \Rightarrow C'^T [Y' - C' X^{(0)}] = C'^T \Delta Y^{(1)} \quad (24)$$

とする．よって第一近似解ベクトル $\mathbf{X}'^{(1)}$ は

$$\mathbf{X}'^{(1)} = \mathbf{X}'^{(0)} + \Delta \mathbf{X}^{(1)} \quad (25)$$

となる．

解ベクトル $\mathbf{X}'^{(1)}$ の評価は，(21)式より

$$f[\mathbf{X}'^{(1)}] = \frac{\mathbf{Y} \cdot \mathbf{C}\mathbf{X}'^{(1)}}{|\mathbf{Y}| |\mathbf{C}\mathbf{X}'^{(1)}|} = \frac{\mathbf{Y} \cdot |\mathbf{Y}| \mathbf{C}'\mathbf{X}'^{(1)}}{|\mathbf{Y}| \|\mathbf{Y}| \mathbf{C}'\mathbf{X}'^{(1)}|} = \mathbf{Y}' \cdot \frac{\mathbf{C}'\mathbf{X}'^{(1)}}{|\mathbf{C}'\mathbf{X}'^{(1)}|} \quad (26)$$

が(22)式を満足するかで行われる．

(26)式で，正規化された解ベクトル \mathbf{X}' を構成する要素 x'_i と実際の解ベクトル \mathbf{X} を構成する要素 x_i 間の関係は，

$$x'_i = \frac{|C_i|}{|\mathbf{Y}|} x_i \quad (27)$$

である．従って，正規化されていないシステム行列 C と解ベクトル $\mathbf{X}^{(1)}$ の内積は， C を構成する列ベクトル C_i のノルム $|C_i|$ の項をキャンセルすることになる．このため，入力ベクトルのノルム $|\mathbf{Y}|$ を勘案しなければならないが，正規化によってこの項もキャンセルされることに注意しなければならない．(23)-(25)式を一般化して，

$$\mathbf{X}'^{(k)} = \mathbf{X}'^{(k-1)} + C'^T (\mathbf{Y}' - C'\mathbf{X}'^{(k-1)}) \quad (28)$$

が反復解となる．

いま， m 次の単位正方行列を I_m とすれば，(28)式は

$$\begin{aligned} \mathbf{X}'^{(k)} &= I_m \mathbf{X}'^{(k-1)} + C'^T (\mathbf{Y}' - C'\mathbf{X}'^{(k-1)}) = C'^T \mathbf{Y}' + (I_m - C'^T C') \mathbf{X}'^{(k-1)} \\ &= C'^T \mathbf{Y}' + S \mathbf{X}'^{(k-1)} = \mathbf{X}'^{(0)} + S \mathbf{X}'^{(k-1)} = I_m \mathbf{X}'^{(0)} + S \mathbf{X}'^{(k-1)} \end{aligned} \quad (29)$$

と書ける．

(29)式は，状態遷移行列 S が m 次の単位行列 I_m から対角線要素を 1 とする m 次の正方行列 $C'^T C'$ を引き算した形であるから， S の対角線要素はすべてゼロである．しかし，初期値の項 $\mathbf{X}'^{(0)}$ が m 次の単位正方行列 I_m を用いて書けるため，結果として S の最大固有値は 1 以下となり必ず解は収束する．

2.3. 重み付き逆行列法と GVSPM 法のハイブリッド法

2.3.1. 基本的概念

重み付き逆行列法は一般化逆行列法の拡張であり，内挿する関数を三角級数とした場合，解がフーリエ級数展開可能であるという拘束条件を意味し，重み付き逆行列法から得られる係数ベクトルはフーリエ級数のスペクトラムの大きさを与えることに他ならない．重み付き逆行列法では係数ベクトルを求める際に，逆行列計算を必要とする．ノイズが解に与える影響を調べた結果から重み付き逆行列法はノイズに敏感であることが判明している．言い換えると，微小な入力ベクトルの変化が解ベクトルに大きな変化を与えてしまう．一方，GVSPM 法は内積演算を反復して逆問題を近似的に求める解法であるので逆行列計算を必要とせず，ノイズに対しては比較的強いといえる．これらのことから，GVSPM 法を用いて重み付き逆行列法から得られる係数ベクトルを求める．これがハイブリッド法の考え方である．

2.3.2. ハイブリッド法の定式化

式の数が n ，式の数より多い未知数 m を持つ不適切な線形システムは， C を n 行 m 列の係数行列として，(16)式で与えられる．

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} \quad (16)$$

(16)式の解は W を m 行 n 列の重み行列として，解ベクトル \mathbf{X} が次式で与えられると仮定する．

$$\mathbf{X} = \mathbf{W}\mathbf{S} \quad (30)$$

\mathbf{S} は n 次の列ベクトルである．

解ベクトル \mathbf{X} が(30)式で与えられ，行列 $\mathbf{C}\mathbf{W}$ が非特異行列である場合，重み付き逆行列法は次式の解を与える．

$$\mathbf{X} = \mathbf{W}[\mathbf{C}\mathbf{W}]^{-1}\mathbf{Y} \quad (31)$$

(30)式と(31)式から次式を得る．

$$\mathbf{S} = [\mathbf{C}\mathbf{W}]^{-1}\mathbf{Y} \quad (32)$$

(32)式の $\mathbf{C}\mathbf{W}$ を n 行 n 列の係数行列， \mathbf{Y} を n 次の入力ベクトルとして

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{W}\mathbf{S} \quad (33)$$

(34) 式を GVSPM 法で解くことにより，係数ベクトル \mathbf{S}' を得る．よって，解ベクトル \mathbf{X}' は

$$\mathbf{X} = \mathbf{W} \mathbf{S}$$

(34)

となる .

3. 電磁界逆問題のシステム方程式導出

3.1. ループ電流モデル

ここでは図2に示すように、ある平面導体に分布する電流密度 \mathbf{J} を平面導体上の磁界 \mathbf{H} を測定することによって求める問題を考える。

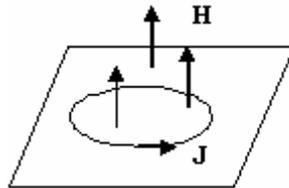


図2 ループ電流 \mathbf{J} と磁界 \mathbf{H}

さて、ここで変位電流密度 \mathbf{D}/t が無視できる系において電流密度 \mathbf{J} は磁界 \mathbf{H} と次式で関係づけられる。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (35)$$

従って、電流密度 \mathbf{J} は必ず次式を満足しなければならない。

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (36)$$

(36)式の関係はキルヒホッフの節点則と等価であり、電流密度を面積について積分したある点に流入する電流 i は流出電流と等しいことを意味する。(36)式を自動的に満足する電流の一例は図2に示す環状に循環するループ電流 i である。これは環状導体の何れの部分でも必ず入る電流と出る電流が等しいことに起因する。ここでは推定される電流が図3に示すループ電流でモデル化されると仮定する。

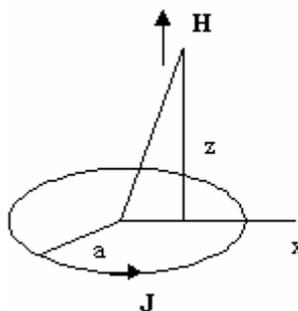


図3 ループ電流 \mathbf{J} と磁界 \mathbf{H}

図3のループ電流 i が与える z 軸方向の磁界 H_z は (37) 式で与えられる。これはループ電流 i が与えられれば、ループの中心からループ面に沿った距離 r 、ループ面からの高さ z における法線方向磁界 H_z がアンペアの法則と同様な形 (37) 式で計算できることを意味する。

$$H_z = \frac{i}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{(a+r)^2 + z^2}} \right] \left[\frac{a^2 - r^2 - z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(\kappa) + K(\kappa) \right] \quad (37)$$

$$\kappa^2 = \frac{4ra}{(r+a)^2 + z^2} \quad (38)$$

図3の問題を微小ループ電流モデルに置き換える。電流の分布する対象導体を図4に示すように微小長方形に分割し、分割された微小長方形中に電流ループを仮定する。

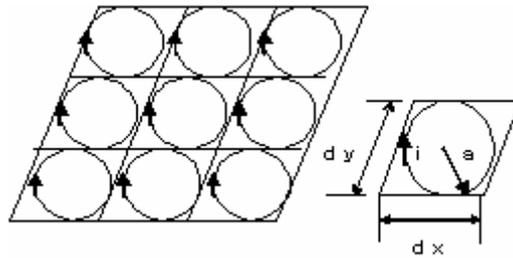


図4 微小ループ電流モデル

図4の微小長方形中を循環する電流を同図中に示す円形ループで置き換える。円形ループの半径は (39) 式によって決める。(39) 式で決まるループ半径 a は微小長方形で縦横比が等しい正方形に内接する円を意味する。この場合、問題対象全体を通して各正方形の中心とモデルループの中心が一致し、最も良い近似となる。縦横比が異なる微小長方形では、各長方形の中心と (39) 式で決まる半径を持つループの中心を一致させることから問題全体の形状を正方形に変形して考えることになる。従って、微小ループ電流モデルを適用する場合、分割された微小領域は正方形とすべきである。これは、例えば問題対象が長方形の場合、縦と横で分割数を変えることで実現される。

$$a = \sqrt{\left(\frac{dx}{2}\right)\left(\frac{dy}{2}\right)} \quad (39)$$

3.2. 修正ループ電流モデル

ループ電流モデルでは対象領域を微小長方形で分割し、その微小長方形の内接円を考えているためどうしても対象領域全体を満足することが出来ない。よってシステム的には不安定なシステムとなってしまう可能性がある。そこで(39)式で内接円の半径を $\sqrt{2}$ 倍することで外接円

とし、円ループを重複させることで対象領域を満足するのでより安定なシステムを得ることが出来る。これを修正ループ電流モデルと呼び図5に示す。

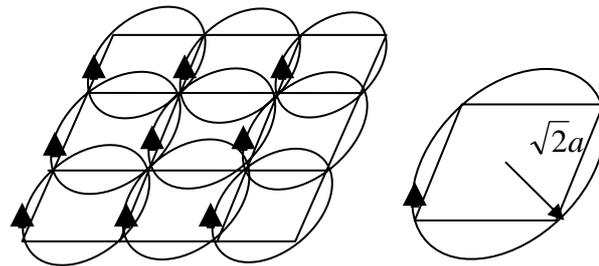


図5 修正微小ループ電流モデル

3.3. 四角形ループ電流モデル

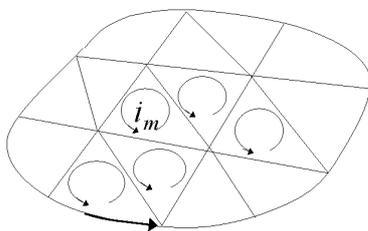


図6 対象領域における閉ループ電流

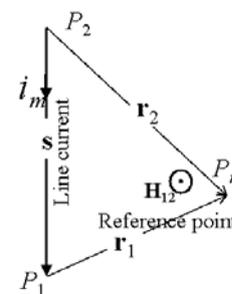
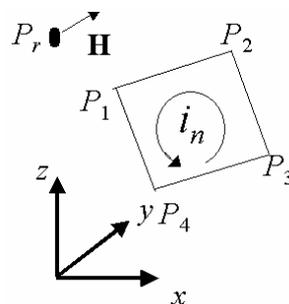


図7 四角形電流ループ構成要素。

左図：四角形ループ電流を表す4本の線電流。右図： P_2 から P_1 に流れる線電流から生じる磁界の計算。

磁界源推定問題を考える上で、電流が存在するとする対象領域を図6のように離散化する。この離散化された個々の領域に閉ループ電流を考える。ここでは、対象領域を四角形で離散化することを考える。点 P_2 から点 P_1 に流れる線電流によって生じる磁界 H_{12} を図7に示す。磁界 H_{12} はビオサバールの法則によって得られる。すなわち、(40)式が電流と磁界の関係を与える。

$$\mathbf{H}_{12} = \frac{i_m}{4\pi|\mathbf{s} \times \mathbf{r}_2|^2} \left(\frac{\mathbf{r}_2 \bullet \mathbf{s}}{|\mathbf{r}_2|} - \frac{\mathbf{r}_1 \bullet \mathbf{s}}{|\mathbf{r}_1|} \right) \mathbf{s} \times \mathbf{r}_2 \quad (40)$$

ここで r_1 と r_2 はそれぞれ点 P_1 と点 P_2 から点 P_r へのベクトルである。さらに、 s は電流の方向を示す単位ベクトルである。四角形要素を考える場合、4個の線電流はそれぞれ磁界源となる。それ故、点 P_r における全体の磁界 \mathbf{H} は4個の線電流の重ねあわせで得られる。すなわち、

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{12} + \mathbf{H}_{23} + \mathbf{H}_{34} + \mathbf{H}_{41} \quad (41)$$

ここで H_{23} と H_{34} と H_{41} はそれぞれ $P_3 \rightarrow P_2$, $P_4 \rightarrow P_3$ と $P_1 \rightarrow P_4$ の線電流から生じる磁界を示す．すなわち，(41)式は同じ式で表される[4]．

3.4. システムの比較

3.4.1. 解析モデル

測定面の x , y 方向の長さをそれぞれ 15cm , 電流分布面の x , y 方向の長さもそれぞれ 15cm とする．また，測定面と電流分布面の距離は 3mm で一定とする．

次に，図 8 はモデルループ電流分布の等高線を濃淡で示す．ループ電流は閉じた経路を流れているから，隣接するループ電流は差になり，結局，電流ベクトルはループ電流分布の等高線に沿って流れていることとなる．また，色が濃い方と薄い方それぞれ負と正に対応し，紙面の奥から読者方向を正方向としている．

図 8 に示されたループ電流分布を正解の電流分布としてシミュレーションを行う．

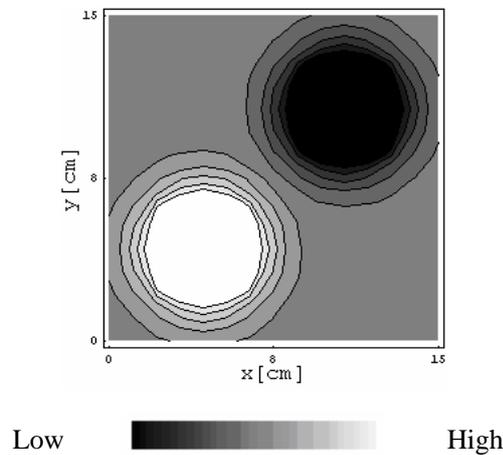


図 8 正解のループ電流分布

3.4.2. 比較・検証

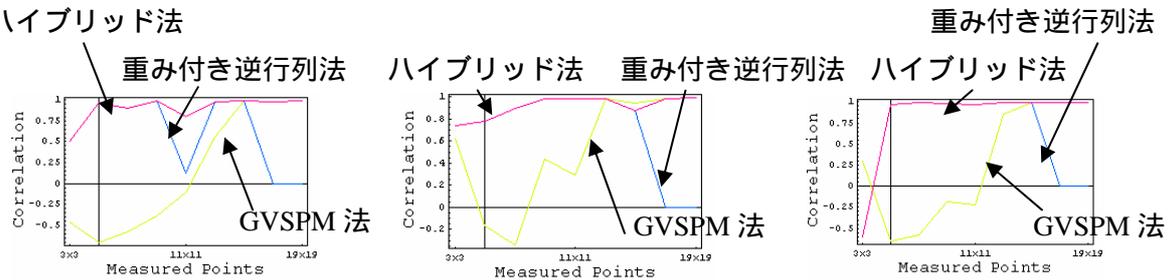
ここでは，3.1-3.3 節で述べたループ電流モデル，修正ループ電流モデル，四角形ループ電流モデルの 3 モデルにおけるシステムの安定性を検証する．逆問題を解く際の最も大きな問題としてノイズが挙げられる．逆問題ではシステムが不安定であると小さなノイズでも解に対して非常に大きな影響を及ぼしてしまう可能性がある．このことから 3 モデルのノイズに対する安定性を比較する．

まず，測定点数を 3×3 , 5×5 , ... , 19×19 点と変化させ正解のループ電流からそれぞれ 3 モデルで得られる磁界を計算する．そして 2 章で述べた重み付き逆行列法，GVSPM 法，ハイブリッド法の 3 方法を用いてそれぞれの測定点数から求めたループ電流分布と正解の電流分布の相関を計算する．その結果を図 9 に示す．

図 9 からループ電流モデルでは測定点数が 11×11 点で，重み付き逆行列法を用いた解の相関が低いことが分かる．重み付き逆行列法は逆行列計算を含むためノイズに対しては比較的弱い解法である[5]．しかし，他のモデルでは重み付き逆行列法でも測定点数 11×11 点で相関が

高いことが分かる．これらのことからループ電流モデルはシステムとしては不安定なシステムでありノイズの影響を大きく受けてしまう可能性があると言える．これは，ループ電流モデルでは対象領域を離散化の際に微小長方形の内接円を考えているために対象領域を全て埋め尽くすことが出来ないことに起因して不安定なシステムとなると考えられる．

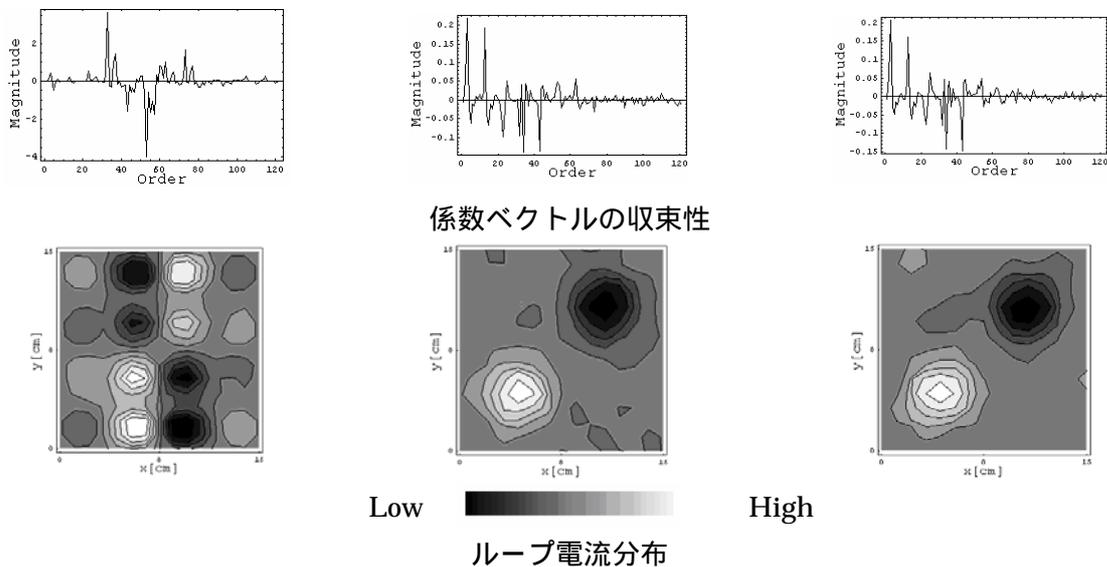
ハイブリッド法



(a) ループ電流モデル (b) 修正ループ電流モデル (c) 四角形ループ電流モデル

図9 3モデルにおける各測定点数での相関係数

図10に測定点数11×11点で3モデルそれぞれに重み付き逆行列法を適用して解いた場合の係数ベクトルの収束性とループ電流分布を示す．ループ電流モデルの場合は係数ベクトルが他の場合と比べて10倍程度振幅が大きくなっており，求めたループ電流分布も正解とは全く異なることが分かる．また，図9より修正ループ電流モデルと四角形ループ電流モデルはノイズに対して比較的安定であることが判明したが，後者は2次元問題から3次元問題へと容易に拡張できるという特徴があるため本論文では後者を採用しシステム方程式を導出する．



(a) ループ電流モデル (b) 修正ループ電流モデル (c) 四角形ループ電流モデル

図10 測定点数11×11の磁界を用いて各モデルで計算された係数ベクトルとループ電流モデル

4. 3次元電流分布推定

4.1. 準3次元モデル

4.1.1. シミュレーション

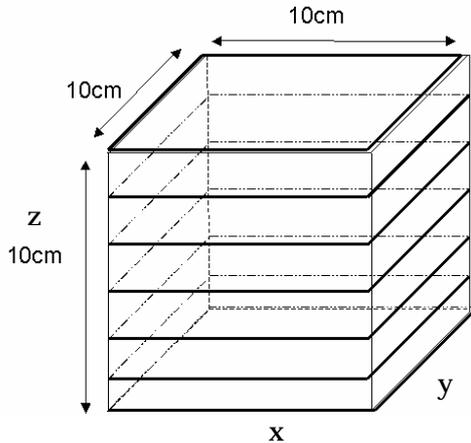


図 11 立方体モデル

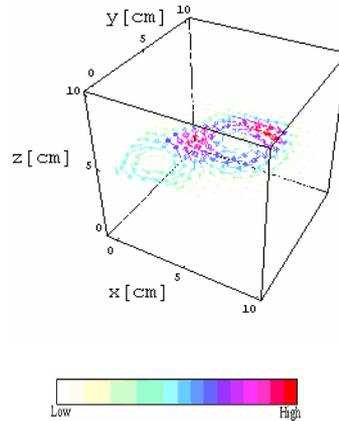


図 12 正解の電流分布

図 11 のように縦，横，高さをそれぞれ 10cm とする立方体を考える．シミュレーションによる正解の電流分布を図 12 のように設定し，この電流分布から四角形ループ電流モデルを用いて立方体の 6 側面で測定される磁界をそれぞれ計算する．

磁界の測定点数は 1 面で $10 \times 10 = 100$ 点，これが x, y, z の 3 方向で 300 点，全体で $6 \times 300 = 1800$ 点とする．図 11 のように立方体内を xy 方向の 2 次元平面に分割し，それぞれの側面に対して得られた磁界を全て連立して電流分布を計算する．同様にして xz 平面と yz 平面についても電流分布を求める．電流分布を計算する逆問題解析手法として GVSPM 法を採用する．

ここで，電流分布を求める際に各平面(xy, xz, yz)で図 11 のように分割された平面一面毎に電流分布を求める方法と各平面(xy, xz, yz)で分割された平面を連立して求める方法とが考えられる．ここでは，まず，前者の方法で電流分布を求める．

GVSPM 法は解の収束性が内積で評価可能なため，GVSPM 法の評価関数の収束性に注目する．GVSPM 法で，評価関数は(21)式となり(これをパターンマッチング指数と呼ぶ，Pattern Matching Index, 以下 PMI と略記)この PMI が解に対する評価判断になることが知られている[6]．すなわち，PMI が 1 に近ければ解に対する信頼性は高くなる．このことから，PMI を解に対するフィルター(解に対する重み)として用いることを考える．PMI が 0.95 以下の解には PMI の値を 100 分の 1 にして掛け，フィルタリングを行う．例として，立方体を xy 平面で 15 分割したときの真中(下から 8 番目)の平面に関して電流分布を求めたときの PMI 図を図 13 に示す．反復回数(同図横軸)は 20000 回とした．最後にこれらの直交する 3 平面で解いた電流ベクトルを合成し 3 次元電流ベクトル分布を得る．ここでは，立方体の各側面に垂直な方向の磁界のみを用いて解いた場合(600 点)と全ての磁界で解いた場合(1800 点)の二通りの結果を図 14 と図 15 にそれぞれ示す．電流分布の推定点数は 1 面につき $16 \times 16 = 256$ 点とし，立方体内を 15 面に分

割したので $15 \times 256 = 3840$ 点である．また，実際の実験を考慮して磁界には磁界ベクトルの最大振幅の 5% を最大値とするランダムノイズを付加している．



図 13 GVSPM 法における目標関数の収束性(式(21))

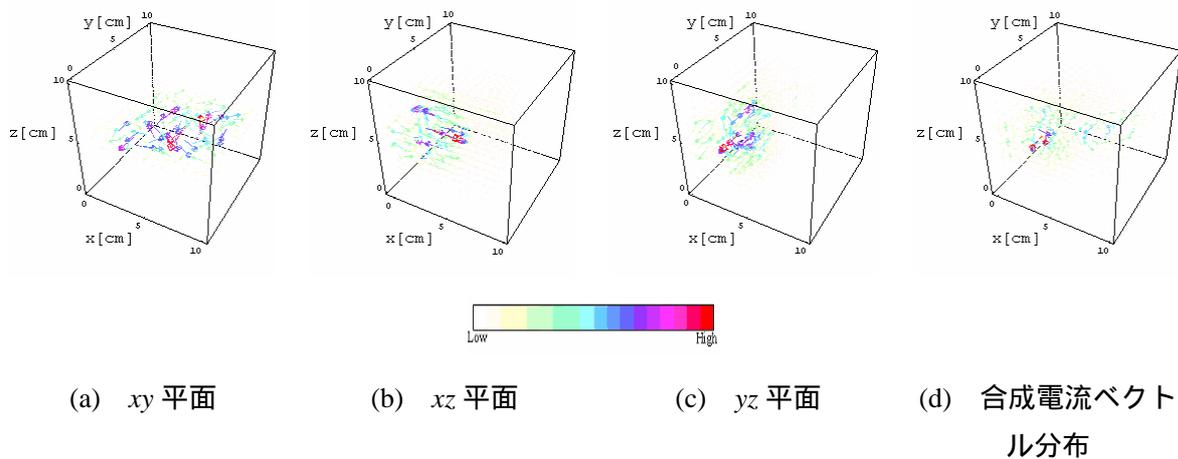


図 14 立方体の各面に垂直な磁界を用いてシミュレーションを行った結果

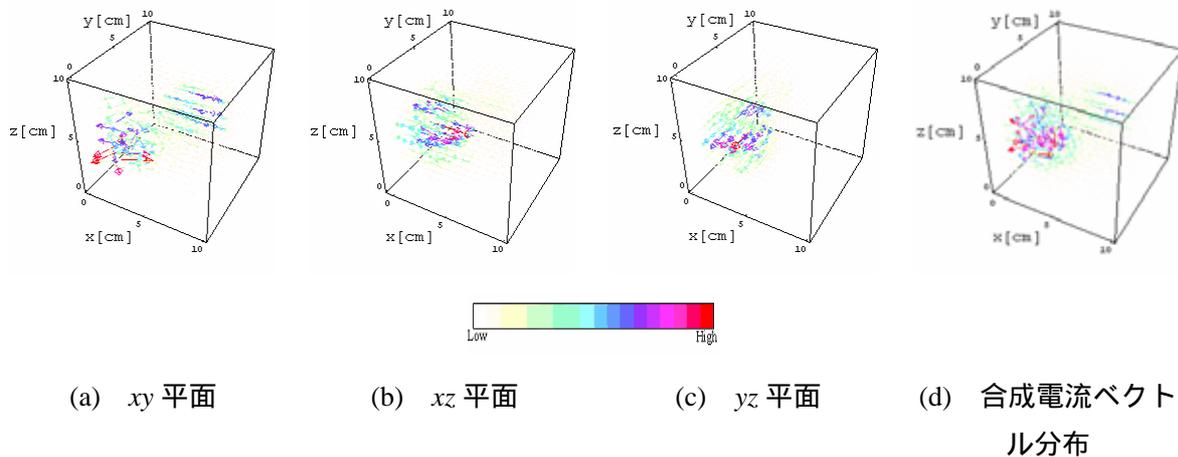


図 15 全方向磁界を用いてシミュレーションを行った結果

図 13 から垂直方向磁界で解いたほうが PMI 値は高いことが分かる．しかし，図 14 で，垂直方向磁界で解いた場合は xy 平面の電流分布が良好に再現されず全体的に良好な結果は得られなかった．一方，全方向磁界で解いたほうが PMI 値は低いにもかかわらず図 15 から電流が存在する空間的位置情報はある程度得られていると言える．

次に，一面ごとに電流分布を求めた場合と同様に各平面(xy , xz , yz)で分割された平面を連

立して電流分布を求めた場合の結果を示す．図 16 に立方体を xy 平面で 15 分割したときの真中(下から 8 番目)の平面に関して電流分布を求めたときの PMI 図を示す．垂直方向磁界と全方向磁界で解いた場合、両者ともに PMI 値はほぼ 1 に収束していることが分かる．図 17 から垂直方向磁界で解いた場合は立方体中央部分に存在する電流は得られていないが測定面に近い位置では比較的良好な結果を得ることが出来ることがわかる．一方で図 18 から全方向磁界で解いた場合はノイズの影響を大きく受けてしまい良好な結果は得られなかった．



図 16 GVSPM 法における目標関数の収束性(式(21))

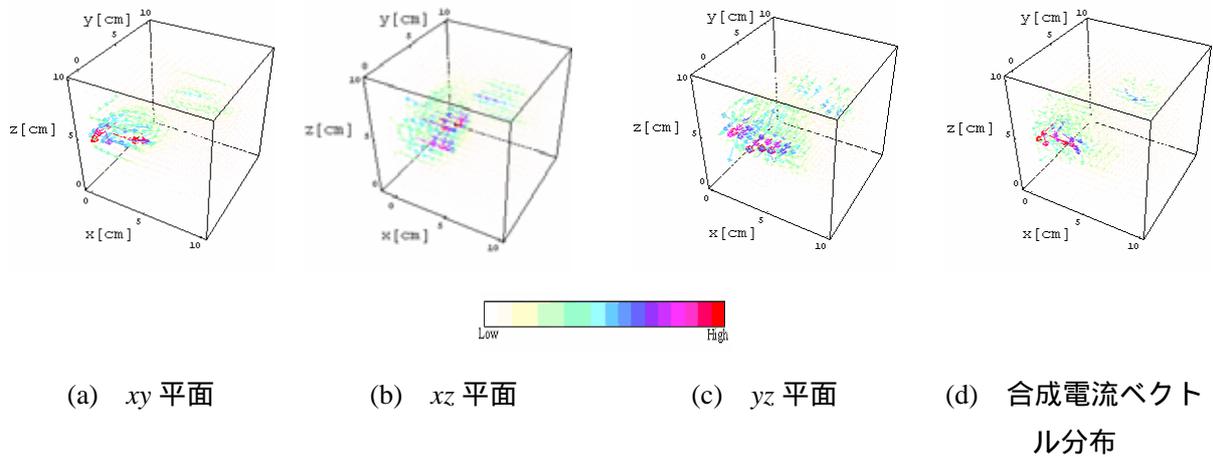


図 17 立方体の各面に垂直な磁界を用いてシミュレーションを行った結果

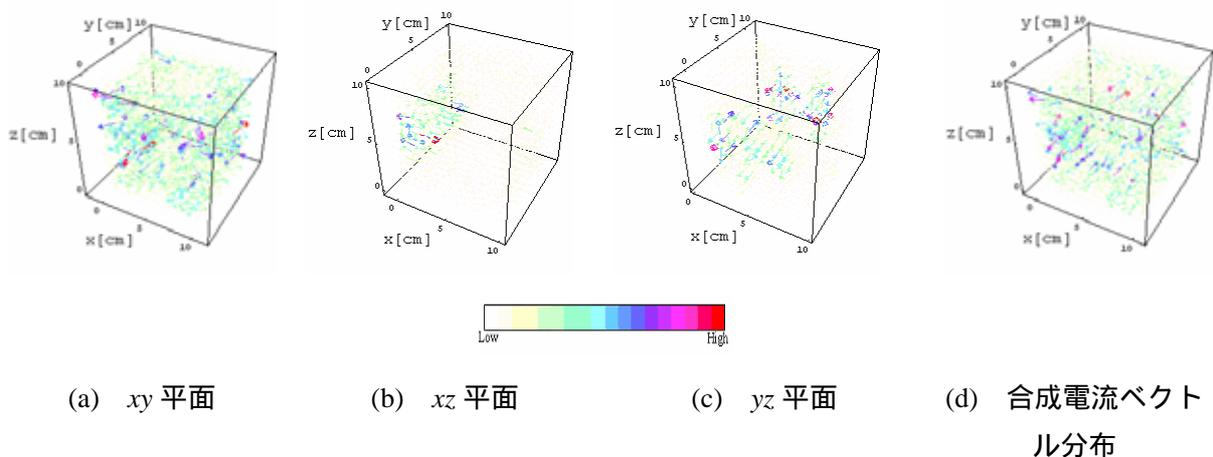


図 18 全方向磁界を用いてシミュレーションを行った結果

4.1.2. 実験

図 19 に示すように、励磁コイルとして 50 回巻きの有限長ソレノイドコイルを採用する．これに周波数 10kHz の電流を 0.02A 通電した．縦、横、高さがそれぞれ 10cm の立方体中に励磁コイルを設置し、立方体の 6 面、それぞれ面に対する磁界分布を縦・横 $10 \times 10 = 100$ 点、 x, y, z の 3 方向で測定した．拠って、全体の磁界測定点数は $6 \times 3 \times 10 \times 10 = 1800$ 点である．その実験回路を図 20 に示す．図 21 に立方体 6 面、それぞれで測定された磁界分布を示す．シミュレーションと同様にこれらの磁界を連立し、 xy 平面、 xz 平面、 yz 平面に平行な面の電流分布を、GVSPM 法を用いて推定する．ここでも、GVSPM 法によって得られた解に対して PMI によるフィルタリングを行う場合と各面で連立して解く場合の 2 方法で電流分布を推定した．電流分布の推定点数は 1 面につき $16 \times 16 = 256$ 点とし、立方体内を 15 面に分割したので、全推定点数は $15 \times 256 = 3840$ 点である．

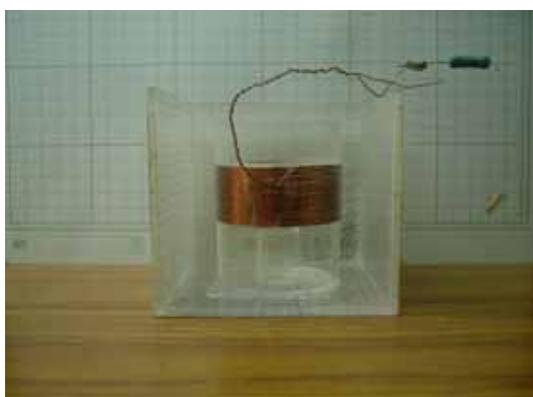


図 19 励磁コイル

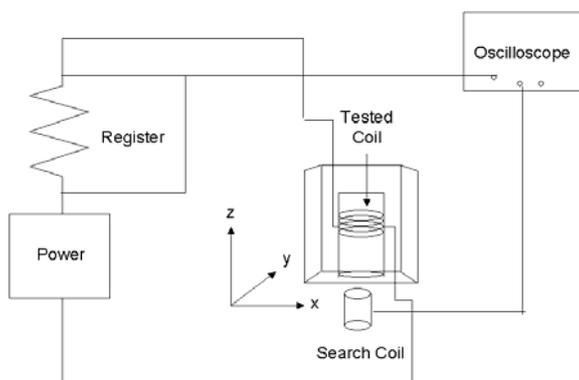


図 20 実験の回路図

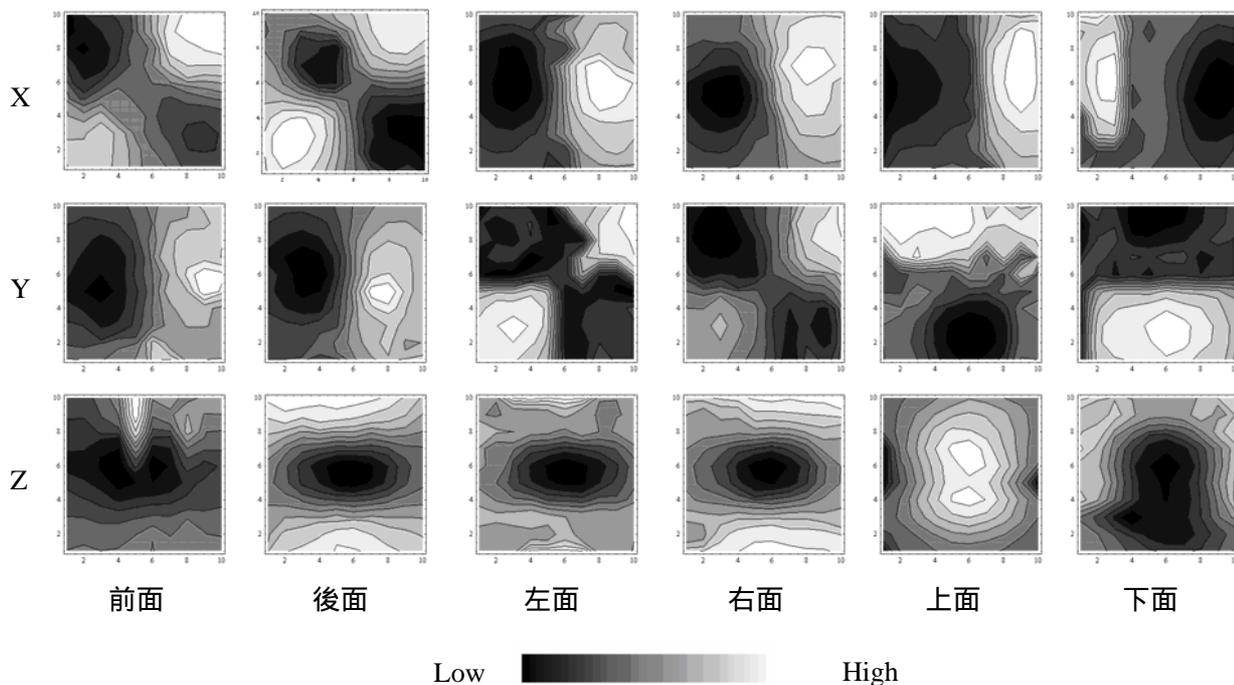
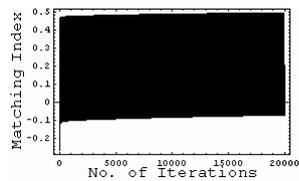
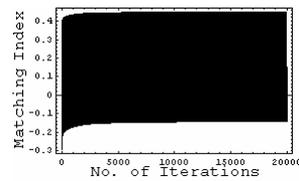


図 21 立方体の 6 側面それぞれで測定された 3 方向磁界

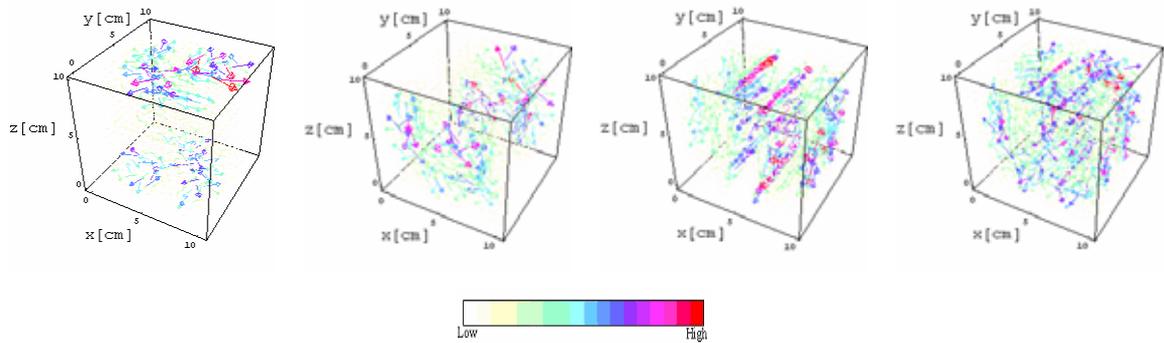


(a) 垂直方向磁界



(b) 全方向磁界

図 22 GVSPM 法における目標関数の収束性(式(21))



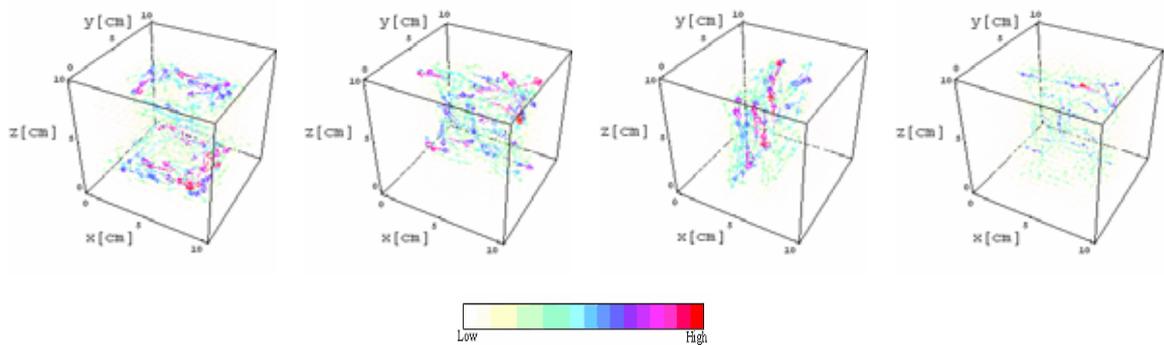
(a) xy 平面

(b) xz 平面

(c) yz 平面

(d) 合成電流ベクトル分布

図 23 立方体の各面に垂直な磁界を用いて計算を行った結果



(a) xy 平面

(b) xz 平面

(c) yz 平面

(d) 合成電流ベクトル分布

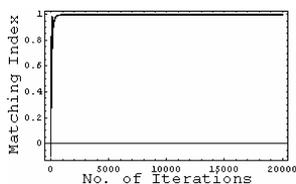
図 24 全方向磁界を用いて計算を行った結果

まず PMI によるフィルタリングを行った場合の結果を示す．図 22 に立方体を xy 平面で 15 分割したときの真中(下から 8 番目)の平面に関して電流分布を求めたときの PMI 図を示す．反復回数(同図横軸)は 20000 回とした．同図から垂直方向磁界で解いた場合と全方向磁界で解いた場合の両者とも PMI 値が低く信頼性の高い解が得られたとは言えない．図 23 から垂直方向磁界で解いた場合は良好な結果は得られず，図 24 から全方向磁界で解いた場合も良好な結果は得られなかった．

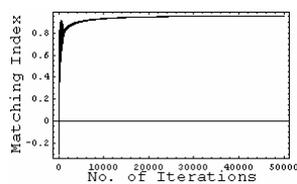
次に，各平面(xy , xz , yz)で分割された平面を連立して電流分布を求めた場合の結果を示す．図 25 から垂直磁界方向で解いた場合の PMI 値はほぼ 1 に収束しているが図 26 の電流ベクトル

分布はそれほど良好な結果を得られなかった。また、全方向磁界で解いた場合も良好な結果は得られなかった。

これらの結果から準3次元モデルでは各平面(xy , xz , yz)で図11のように分割された平面一面ごとに電流分布を求める方法と各平面で連立して解く方法の両者ともに良好な電流分布推定結果を得るには至らなかったが、前者は人為的にPMI値を決定している。このため、客観性のある手法とは言えず、後者の平面を連立して解く方法が一般的な手法と言える。

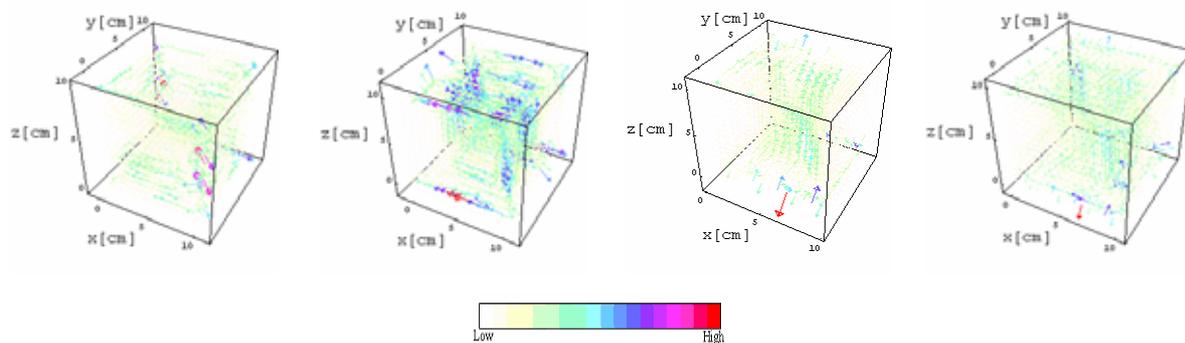


(a) 垂直方向磁界



(b) 全方向磁界

図25 GVSPM法における目標関数の収束性(式(21))



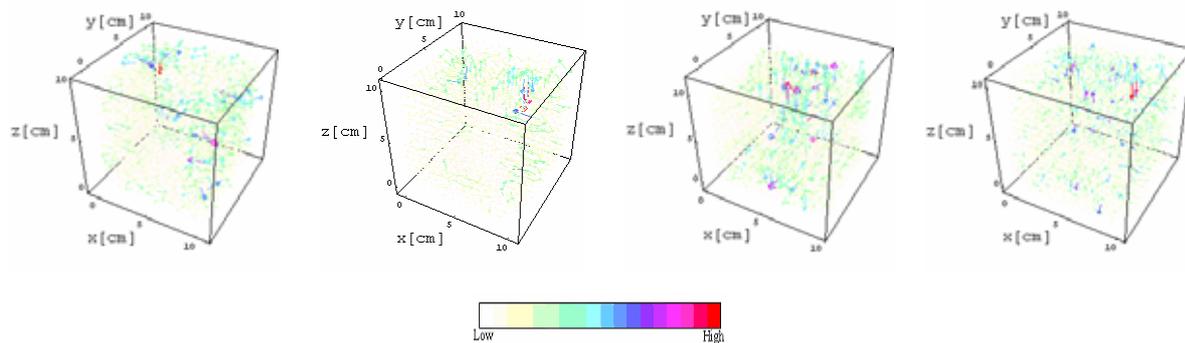
(a) xy 平面

(b) xz 平面

(c) yz 平面

(d) 合成電流ベクトル分布

図26 立方体の各面に垂直な磁界を用いて計算を行った結果



(a) xy 平面

(b) xz 平面

(c) yz 平面

(d) 合成電流ベクトル分布

図27 全方向磁界を用いて計算を行った結果

4.2. 3次元モデル

4.2.1. 3次元三角形ループモデル

準3次元モデルと同様に、縦、横、高さをそれぞれ10cmとする立方体を考える。準3次元モデルでは立方体内を平面で分割し2次的に電流分布を求めていたのに対し、3次元モデルでは3.3節で述べた四角形ループ電流モデルを三角形ループへと変形し、3次元の三角形ループを考えることで3次的に元電流分布を求める。

図28に示すように立方体中に節点を設け、この節点を基に図29の3次元三角形ループを作成する。準3次元モデルのように立方体を xy 、 xz 、 yz 、平面に分割しそれぞれの平面でループ電流分布を求める方法は不適切な線形システムを3回解くことになり極めて効率の悪い方法である。3次元モデルでは3次元の三角形ループを考えることで不適切な線形システムを解く回数は1回で済む。よって、準3次元モデルに対して3次元モデルは効率的であると言える。

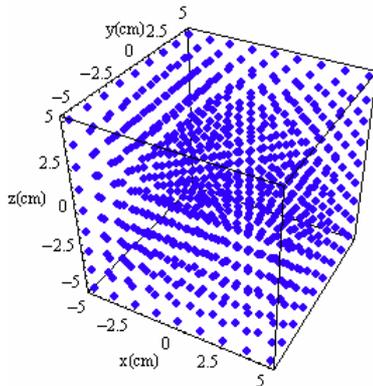


図28 節点

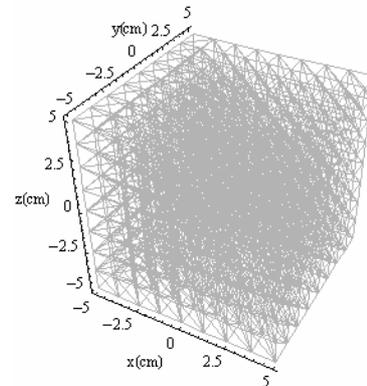


図29 3次元の三角形ループ

4.2.2. シミュレーション

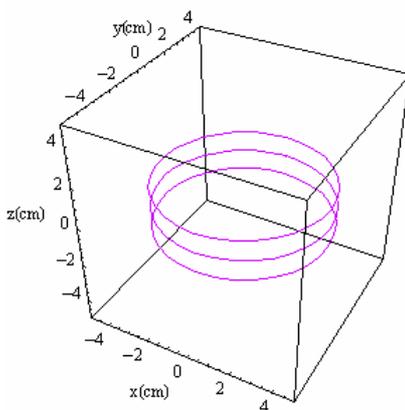
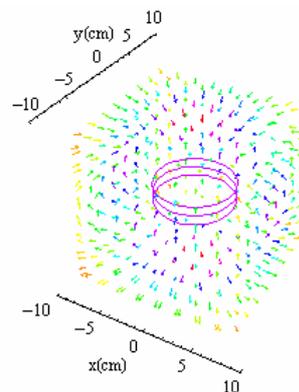


図30 正解の電流経路1



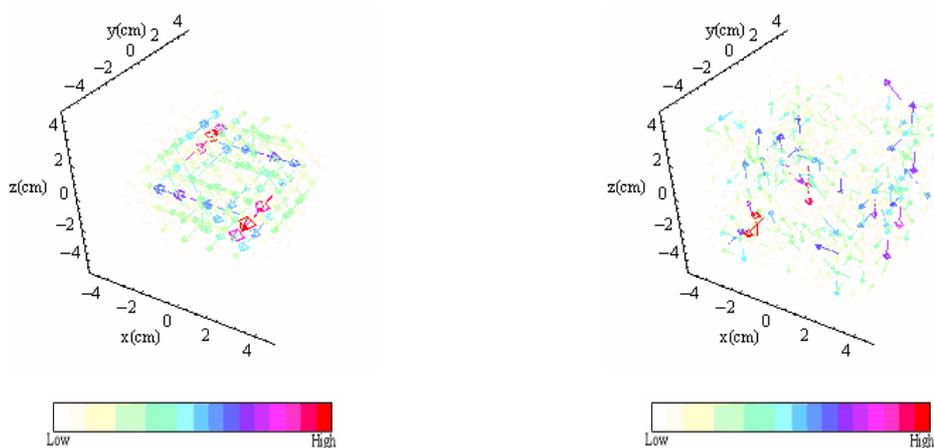
Low  High

図31 立方体の6側面における磁界

図28に示すように、格子の節点を $9 \times 9 \times 9 = 729$ 点とし、この節点を基に6528個の三角形

ループ(図 29)を作成しループ電流を求める。磁界の測定点数は 1 面で $10 \times 10 = 100$ 点,これが x, y, z の 3 方向で 300 点,全体で $6 \times 300 = 1800$ 点とする。従って,システム方程式 $Y = CX$ は入力ベクトル Y (測定磁界: 1800 点),システム行列 C (システム行列: 1800×6528),解ベクトル X (求めるループ電流: 6528 個)となる。この不適切な線形システム方程式のソルバーとしてここでも GVSPM 法を採用する。反復回数は 20000 回としている。また,実際の実験を考慮して入力ベクトルである磁界にはその最大振幅の 5%を最大値とするランダムノイズを付加して計算を行った。

まず,図 30 のような立方体中に xy 平面に平行な電流が流れている場合を考える。図 30 の電流から立方体の各側面に生じる磁界を図 31 に示す。正解の電流から計算された磁界を各側面に垂直な方向磁界(600 点)と x, y, z 方向全ての磁界(1800 点)で解いた結果を図 32 に示す。両者ともに PMI 値はほぼ 1 に収束しているが全方向磁界で解いた場合はノイズの影響を大きく受けており良好な結果を得ることが出来なかった。一方で,垂直方向磁界で解いた場合はノイズの影響が少なく非常に良好な結果を得ることが出来た。



3次元電流ベクトル分布



GVSPM 法における目標関数の収束性(式(4))

(a) 垂直方向磁界

(b) 全方向磁界

図 32 GVSPM 法を用いてシミュレーションを行った結果

次に,図 33 のような立方体中に斜めに電流が流れている場合を考える。図 33 の電流から立方体の各側面に生じる磁界を図 34 に示す。正解の電流から計算された磁界を立方体各側面に垂直な方向磁界(600 点)と立方体各側面で x, y, z 方向全ての磁界(1800 点)を用いて解いた結果を図 35 に示す。ここでも,実際の実験を考慮して入力ベクトルである磁界にはその最大振幅の 5%を最大値とするランダムノイズを付加して計算を行っている。

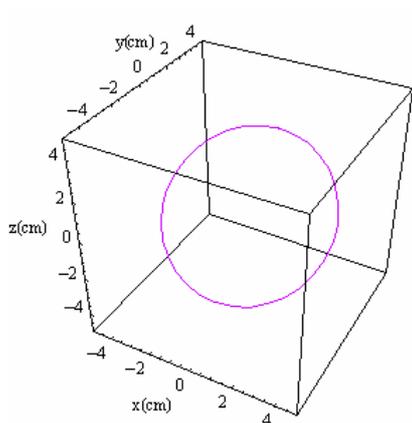
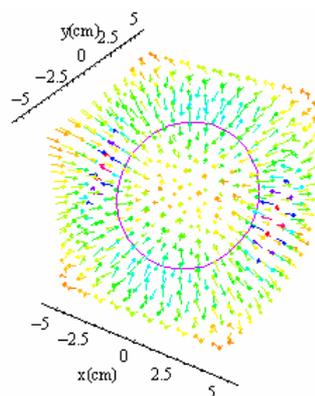


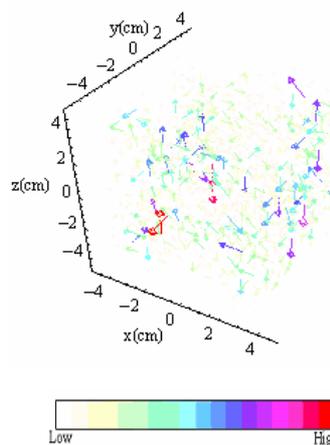
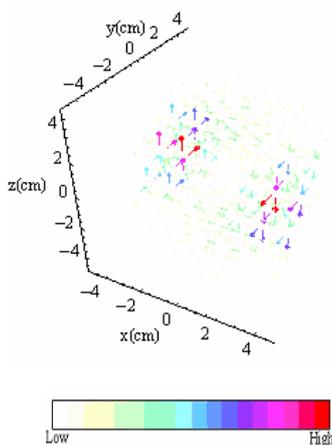
図 33 正解の電流経路 2



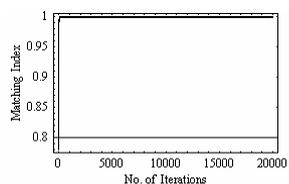
Low  High

図 34 立方体の 6 側面における磁界

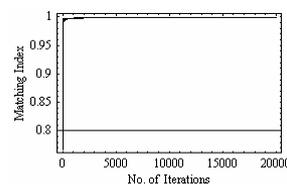
図 35 から全方向磁界で解いた場合と垂直方向磁界で解いた場合の両者とも PMI 値はほぼ 1 に収束しているが、全方向磁界で解いた電流ベクトル分布は先ほどのシミュレーション結果と同様にノイズの影響を大きく受けており良好な結果は得られていない。一方、垂直方向磁界で解いた場合は比較的良好な結果を得ることが出来た。



3次元電流ベクトル分布



(a) 垂直方向磁界



(b) 全方向磁界

図 35 GVSPM 法を用いてシミュレーションを行った結果

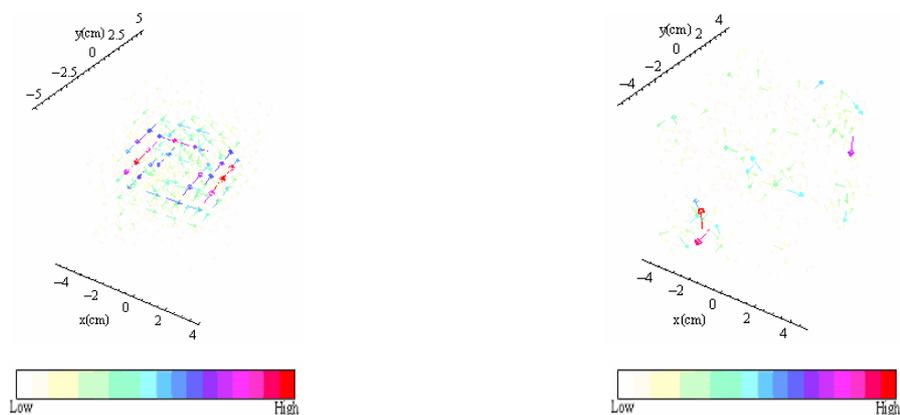
4.2.3. 実験

ここでは最初に、4.1.2.実験の図 20 に示す有限長ソレノイドコイルから得られた各側面における測定磁界、図 21 を用いて計算を行う。全方向磁界(1800 点)と垂直方向磁界(600 点)とで計

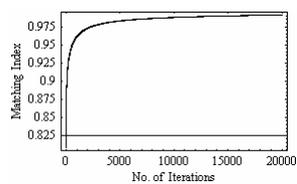
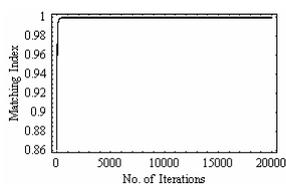
算を行った結果を図 36 に示す。

図 36 から全方向磁界で解いた場合の PMI 値の収束性は垂直方向磁界で解いた場合と比較して良好でないことが分かる。電流ベクトル分布からもシミュレーション結果と同様にノイズの影響が大きく現れ良好な結果は得られなかった。一方、垂直方向磁界で解いた場合は PMI 値もほぼ 1 に収束しており、電流ベクトル分布からも非常に良好な結果が得られていたことが分かる。この結果はシミュレーションと同様となった。

次に図 37 のように平面コイル（直径 0.6mm，30[turn]）を立方体中（縦 10cm，横 10cm，高さ 10cm）に斜めに立て掛けて配置し、周波数 100[kHz] の電圧 14.2[V] を印加し、サーチコイル（直径 0.5mm，25[turn]）で測定を行った。測定面と各側面の距離は 1mm としている。立方体の 6 面、それぞれ磁界分布を縦・横 10×10=100 点、 x, y, z の 3 方向で測定した。掘って、全体の磁界測定点数は 6×3×10×10=1800 点である。図 38 に立方体 6 面、それぞれで測定された磁界分布を示す。



3次元電流ベクトル分布



GVSPM 法における目標関数の収束性(式(4))

(a) 垂直方向磁界

(b) 全方向磁界

図36 測定磁界にGVSPM法を適用して得られた結果

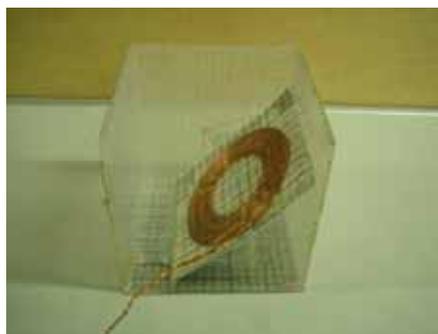


図 37 励磁コイル

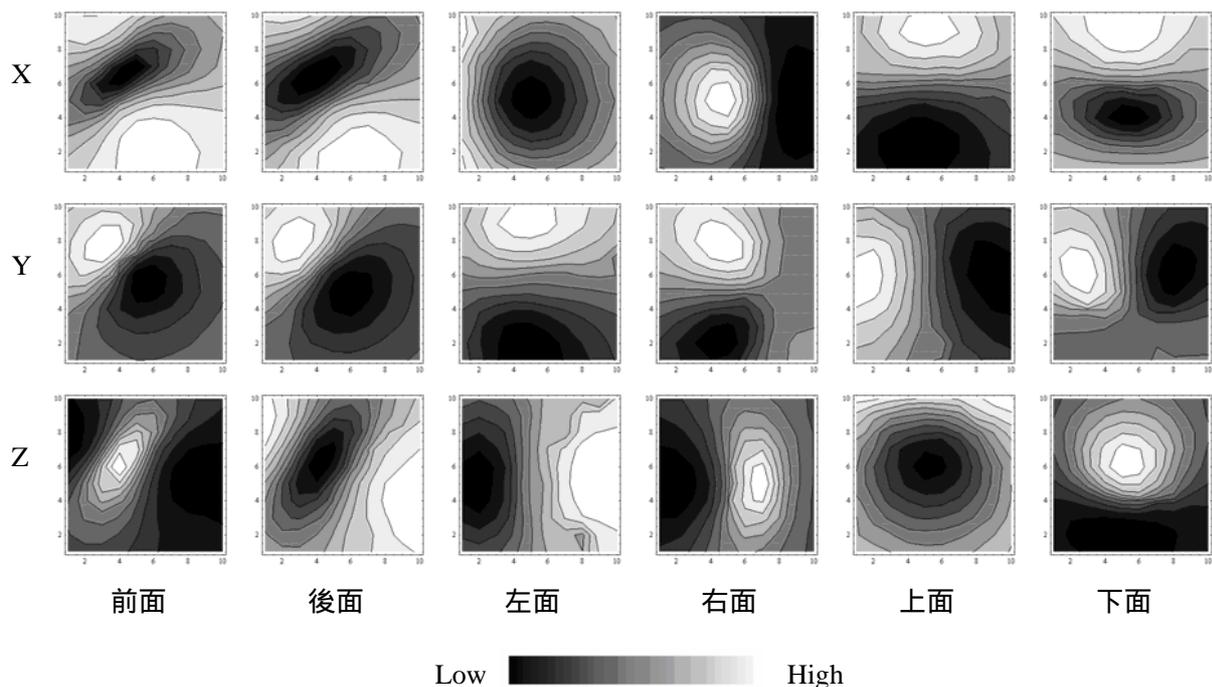
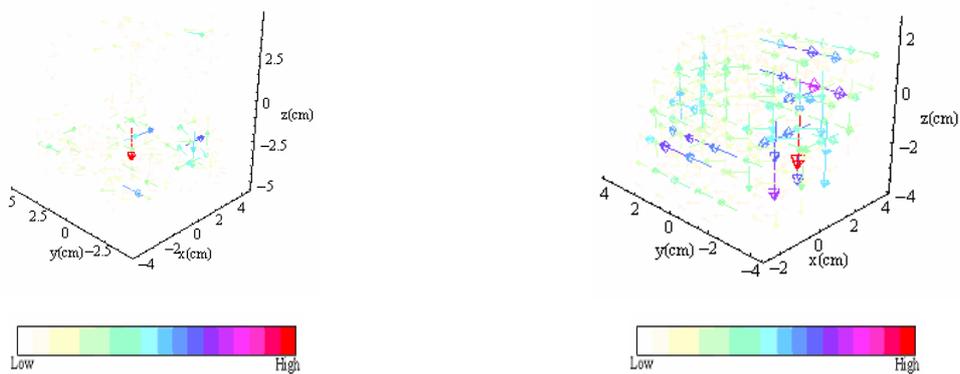
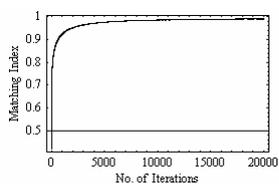


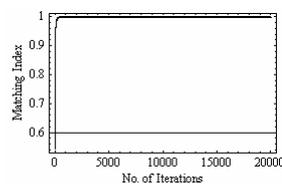
図 38 立方体の 6 側面それぞれで測定された 3 方向磁界



3 次元電流ベクトル分布



(a) 垂直方向磁界



(b) 全方向磁界

GVSPM 法における目標関数の収束性(式(4))

図 39 測定磁界に GVSPM 法を適用して得られた結果

図 38 の磁界から垂直方向磁界と全方向磁界を用いて解いた結果を図 39 に示す。この場合も全方向磁界で解いた場合は PMI 値の収束性が悪く、電流ベクトル分布もシミュレーションと同様に良好な結果は得られなかった。一方、垂直方向磁界で解いた場合は PMI 値の収束性もよく、

電流ベクトル分布もシミュレーション同様に非常に良好な結果を得ることが出来たと言える。

以上の結果から、3次元モデルでは垂直方向磁界を用いることでシミュレーション、実験共に良好な結果を得ることが可能である。よって本論文では基礎実験しか行っていないが、電子機器内部の電流分布推定に対して3次元モデルは非常に有効な手段であるということが証明された。

5. 結言

本論文では、立方体の各側面から得られる 2 次元磁界分布から立方体内部の 3 次元電流分布の可視化手法について準 3 次元モデル、3 次元モデルの両者を用いて検証を行った。

2 章では逆問題解析手法である重み付き逆行列法、GVSPM 法、ハイブリッド法について述べ、3 章ではシステム方程式の導出と各システムにおけるノイズに対しての安定性をそれら 3 方法を用いて比較・検証した。ここでループ電流モデルはノイズに対して不安定であることが判明し、他の 2 モデルは比較的安定であることが証明された。

4 章の準 3 次元モデルでは、立方体を xy , xz , yz 平面で分割し平面的に電流分布を求める 2 方法を提案した。一方は各 3 面で分割した平面 1 面ごとに電流分布を求める方法で、他方は xy , xz , yz 平面それぞれの平面で連立して解く方法であった。前者は GVSPM 法の評価基準であるパターンマッチング指数を閾値として用い信頼性の低い解を取り除く作業を行う方法であり、人為的に閾値を決定しているという点で好ましい方法とは言えない。他方、後者は人為的な作業を必要としないが両者とも実験値に対しては良好な結果を得ることが出来ず、準 3 次元モデルはあまり実用的な手法ではないことが判明した。

最後に、3 次元モデルを用いて検証を行った。これは、3 章で述べた四角形ループモデルを三角形へと変形し 3 次元の三角形ループを考えることで電流分布を求める方法であり、準 3 次元モデルでは不適切な線形システム方程式を 3 回とかなければならないのに対し、3 次元モデルは不適切な線形システム方程式を 1 回解くことで電流分布を求めることが出来るのでより効率的な手法であると言える。実際、シミュレーションでは 2 種類の電流分布モデルで検証を行ったが、垂直方向磁界で解いた場合は両者とも良好な結果を得ることが出来た。実験においてもシミュレーションと同様に良好な結果を得ることが判明し、電子機器内部の電流分布を可視化する手法として極めて有効であることが証明された。

参考文献

- [1] T.Do, S.Hayano and Y.Saito," Magnetic field distribution caused by a notebook computer and its source searching ," Journal of Applied Physics,Vol.79, No.8, April, (1996),pp.5214-5216.
- [2] Y.Midorikawa, J.Ogawa, T.Do, S.Hayano and Y.Saito," Inverse analysis for magnetic field source searching in thin film conductor," IEEE Transaction on Magnetics, Vol.MAG-33, No.5, Sep.(1997), pp.4008-4010.
- [3] 関島大志郎, 宮原晋一郎, 早野誠治, 齋藤兆古 :「準 3 次元電流分布推定法に関する研究」, 電気学会論文誌 A, 120-A, 907 (2000).
- [4] Hisashi Endo, Toshiyuki Takagi, and Yoshifuru Saito, "A New Current Dipole Model Satisfying Current Continuity for Inverse Magnetic Field Source Problems," CEFC1306, Jun , (2004).
- [5] 穴吹幸彦 : 重み付き逆行列法とGVSPM方の一考察, 2004年度法政大学卒業論文.
- [6] 武居昌宏, 李輝, 越智光昭, 齋藤兆古, 堀井清之 : サンプルパターン・マッチング法による固気二層流CT画像の再構成, 可視化情報学会論文集, Vol.22, No.9 (2002)pp.71-78.

研究業績

- 1) 穴吹幸彦, 早野誠治, 堀井清之, 斎藤兆古:「電流分布の可視化に伴う逆問題解析の一方法」, 可視化情報学会誌, No.1, pp.251-254, 第 32 回 可視化情報シンポジウム, 2004 年 7 月
- 2) 穴吹幸彦, 早野誠治, 斎藤兆古:「電流分布推定に伴う逆問題解析の一方法」, 法政大学計算科学センター報告論文, 法政大学計算科学研究センター, 2004 年度
- 3) 穴吹幸彦, 早野誠治, 堀井清之, 斎藤兆古:「GVSPM 法による 3 次元電流分布の可視化」, 可視化情報学会誌, No.1, pp169-172, 第 33 回 可視化情報シンポジウム, 2005 年 7 月
- 4) 穴吹幸彦, 早野誠治, 斎藤兆古:「準 3 次元モデルによる 3 次元電流分布の可視化」, 法政大学計算科学センター報告論文, 法政大学計算科学研究センター, 2005 年度

謝辞

本研究を進めるに当たり，齋藤兆古教授，早野誠治教授には数多くの御指導，御支援を賜りました．深く感謝致します．

また，齋藤兆古研究室の皆様，早野誠治研究室の皆様には，公私にわたり御助言，御支援を賜りました．有難う御座いました．