

# 法政大学 博士(工学)論文

修正インダクタンス行列法による LF 近傍磁界解析とその応用に関する研究  
～自動車用電子鍵システムを中心として～

2007 年 6 月

指導教官 法政大学 齋藤兆古 教授

三菱電機株式会社 先端技術総合研究所

菅原 賢悟



# 目次

論文要旨	1
第 1 章 序論	3
1.1 本研究の背景	3
1.1.1 自動車用電子鍵システム	3
1.1.2 自動車における電磁界解析	4
1.1.3 電磁界解析技術	5
1.2 修正インダクタンス行列法の位置付け	6
1.3 本論文の構成	8
第 2 章 修正インダクタンス行列法の理論	9
2.1 円板導体からの散乱問題	9
2.1.1 E. Arvas らの定式化	9
2.1.2 擬似インダクタンス行列法	10
2.2 孔あき円板導体からの散乱問題	14
2.2.1 擬似インダクタンス行列法	14
2.2.2 修正インダクタンス行列法 ~ 擬似インダクタンス行列法の拡張 ~	17
2.3 トポロジーと孔要素の数	20
2.3.1 境界条件行列	20
2.3.2 キルヒホッフの電流則行列	20
2.3.3 連立行列と同次解空間	21
2.4 本章のまとめ	26
第 3 章 修正インダクタンス行列法の検証	27
3.1 解析解との比較	27
3.1.1 一様磁界中の導体球	27
3.2 有限要素法との比較	30
3.2.1 孔開き円板導体の散乱問題	30
3.2.2 円筒導体の散乱問題	34
3.2.3 トーラス形状導体の散乱問題	38
3.3 本章のまとめ	42
第 4 章 修正インダクタンス行列法の応用	43
4.1 電子鍵システムシステムの概要	43
4.2 電子鍵システムシステムへの適用検証	43
4.2.1 検証用 1/4 単純車モデル	43

4.2.2	測定システム . . . . .	45
4.2.3	数値解析方法 . . . . .	49
4.2.4	検証結果 . . . . .	51
4.3	LF 送信アンテナレイアウトのインタラクティブ最適設計法 . . . . .	55
4.3.1	LF 送信アンテナレイアウトのインタラクティブ最適設計アルゴリズム . . . . .	55
4.3.2	LF 送信アンテナレイアウトのインタラクティブ最適設計の適用例 . . . . .	56
4.4	本章のまとめ . . . . .	59
<b>第 5 章 結論</b>		<b>61</b>
謝辞		63
参考文献		65
研究業績一覧		69
付録 A 直線電流が作る磁界		71
付録 B 右逆行列に対するブロックガウスザイデル法		72

# Abstract

Autotomobile security is increasingly a concern of drivers. Electronic key systems serve to unlock the doors and start the engine with greater security and convenience. When a driver pushes a button on the door handle, an identification card in his pocket or bag receives a low frequency (LF, 132 kHz) magnetic induction signal from the vehicle and when the identification card recognizes the signal correctly, an ultra high frequency (UHF, 315 MHz) signal is transmitted back to the vehicle thereby unlocking the door. When the vehicle detects the identification card inside the vehicle, the driver is able to activate the engine just by pushing a starting button.

To efficiently design electronic key systems, locations of the LF transmitting antennas in the vehicle must be optimized so that a minimum number of antennas assure communication everywhere inside the vehicle. It is highly desirable that the optimized antenna locations should be determined in an early design stage when a real vehicle does not actually exist. Since an automobile body has complex geometry and scatters LF magnetic fields, a high-precision electromagnetic analysis technique for LF near-field magnetic fields is required. The most advanced and well-researched low-frequency magnetic analysis technique is the finite element method. However, at the design stage, the available structural data on the vehicle is a metal surface, and the finite element method requires a complex pre-processing process to generate air elements inside the vehicle. Furthermore, the system matrix to be solved becomes enormous.

A boundary integral equation method  $B_n = 0$  was introduced by E. Arvas in 1986, which requires no air elements. In this study, I have found that their method does not work then the conductor has apertures. In order to solve the problem, I have extended their method to formulate a Modified Inductance Matrix Method (MIMM). which divides the metallic surface and the windows of the vehicle into triangular patches, and each patch is modeled as inductively coupled coils. A source magnetic field produced by a ferrite bar antenna is analyzed using a magnetic moment method to compute impressed magnetic fields on each patch so to formulate a right-hand vector of the matrix equation.

I have made a simplified automobile quarter-model and measured leakage of magnetic fields from windows of the model to verify the MIMM. Analyzed results were well corresponding to the measured ones within 10 % error. We have improved the performance of the MIMM by changing the order of matrix-computation to achieve an interactive design of LF transmitting antennas layouts. This method provides immediate trial-and-error designing environment.



# 第 1 章

## 序論

本論文は、修正インダクタンス行列法による LF 近傍磁界解析について行った研究の成果をまとめたものである。この章では、本研究の主題である LF 近傍磁界解析が必要になった背景について述べ、本研究で提案する修正インダクタンス行列法の位置付けについて論じる。最後に、この論文の構成について述べる。

### 1.1 本研究の背景

#### 1.1.1 自動車用電子鍵システム

電波は、赤外線などの光に比べ波長が長く遮られにくいことから、遠くまで届く性質を持つ。そのため電気通信の有用な手段として広く利用されている。電波の利用方法については「公平かつ能率的な利用を確保し、公共の福祉を増進する事を目的とする」ために、詳細な規定が電波法によって定められている。しかし「発射する電波が著しく微弱な」電波を利用する場合には、用途・利用方法は自由である。そこで、近年、非接触型 IC をはじめとする様々な短距離用の微弱磁界通信装置が実用化されている。

短距離用の微弱磁界通信装置のひとつに自動車用電子鍵システムがある [1]。自動車用電子鍵システムでは、運転者の持つ携帯電子鍵と、自動車に搭載されているエンジンコントロールユニットとの間で通信を行い、それが電子認証されるとドアの施錠・開錠とエンジン始動を行う。このシステムは従来のメカキーに比べ、携帯しているだけで施錠・開錠が行われるため、利便性が高く、また、エンジン始動も電子認証を通じて行うため、盗難に対するセキュリティも向上している。

自動車用電子鍵システムの通信では、自動車のドア部やトランク部に取り付けられた LF 磁界送信アンテナから LF 帯 (132 kHz) の間欠交流磁界を常時発生させ、携帯電子キーがその LF 交流磁界を感知すると UHF 帯 (315 MHz) の信号を応答する。エンジンコントロールユニットが、携帯電子キーからの応答信号を受信すると、ドアは開錠される。携帯電子キーが車外から車内に移動すると、運転手は、エンジンスタートボタンを押すことによりエンジンを始動させられる。また、携帯電子キーが車内から車外に移動すると、ドアは自動的に施錠される。このように、自動車用電子鍵システムでは、携帯電子キーの有無以外に、車内外判定を行う必要がある。携帯電子キーの車内外判定は、複数の LF 磁界送信アンテナを最適配置し、車内にのみ LF 帯の磁界分布を発生させるモードと車外に LF 帯の磁界分布を発生させるモードとを併用させることで可能となる。現状の設計では、LF 送信アンテナレイアウトの最適配置は、試作車を用いてトライアンドエラーを繰り返すことで決定している。

一方，自動車産業業界では，開発期間短縮のため，Computer Aided Engineering (CAE) 技術を活用した試作レス化が推進されており，LF 送信アンテナの最適レイアウトを，試作車が存在する前の設計段階で決定できる技術の確立が課題となっている．

### 1.1.2 自動車における電磁界解析

自動車によって散乱される電磁界の解析に関する報告がされている [2-4]．いずれの報告も図 1.1 に示すように，自動車の金属表面を平面の集合体で近似し，金属表面の厚さが無限小の完全導体として近似したモデルを用いた定性的な評価である．

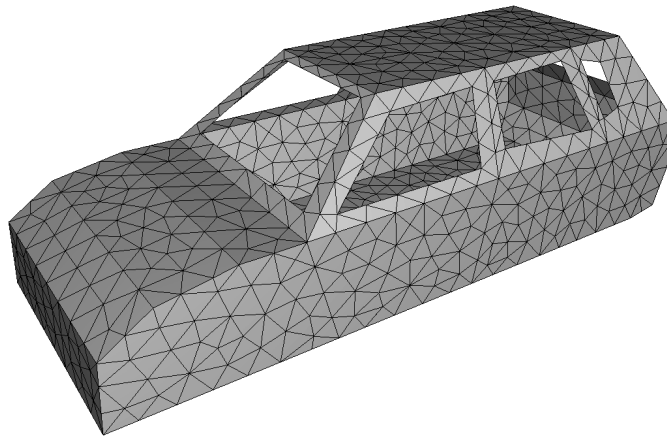


図 1.1 単純化された自動車モデル

ところが，自動車用電子鍵システムの設計に必要とされる定量的な LF 磁界分布は，図 1.1 のような単純化されたモデルからは得られず，図 1.2 に示すような，より複雑な実車の構造条件を必要とする．電磁界解析は，一般に，巨大なメモリ空間を必要とし，実車レベルの解析の場合には，数 GB 以上のメモリ空間を必要とする．

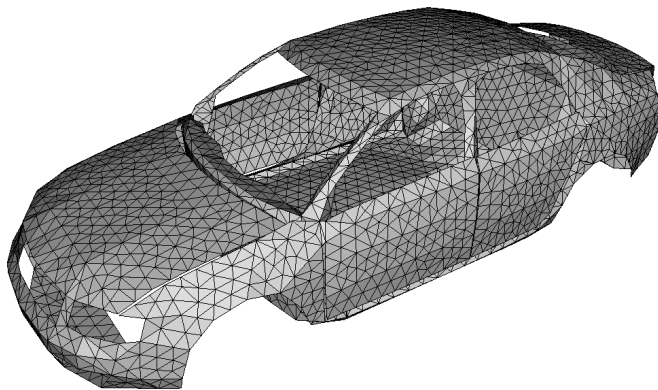


図 1.2 自動車の実車モデル

図 1.3 に Pentium プロセッサのクロックの発展の歴史を示す．2005 年までは，2 倍/18ヶ月というムーアの法則 [5] に従って発展をしてきた．しかし，2005 年を境に，3.8GHz で停滞している．一



方で、主メモリは停滞することなく、2 倍/12ヶ月程度の速度で発展している。特に、2005 年は「64 ビット化元年」であり、Microsoft 社製の 64 ビット版 OS である x64 対応 Windows や 64 ビット対応の Pentium 4 が発売された。また、2005 年を境に、電磁界解析ソフトウェアベンダは、次々と 64 ビット版をリリースし、それまで、32 ビット OS の制約から利用できなかった 4GB 超のメモリ空間が利用可能となった。近年のコンピュータの大メモリ化によって、実車レベルの電磁界解析が可能となり、自動車用電子鍵システムの机上設計は、現実的となった。

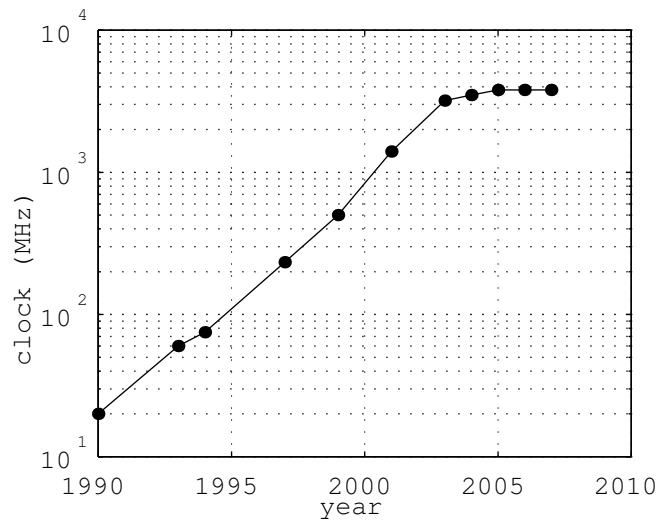


図 1.3 Pentium プロセッサのクロックの発展の歴史

### 1.1.3 電磁界解析技術

世の中のほとんどの電気機器では、電磁気現象が利用されている。電気機器の設計・開発においては、電磁界解析技術は、必要不可欠な技術である。古典電磁気学は、19 世紀に完成されており、多数の解析解 [6] が知られている。1960 年代の電気機器の設計では、製品を大胆に近似し、解析解を利用して設計を行っていたが、コンピュータの普及と発展に伴って、より複雑な形状を持つ実際の製品を直接モデル化できる数値電磁界解析技術が発展してきた。1960 年代後半から現在に至るまで、差分法、積分方程式法、有限要素法、境界要素法など数多くの数値電磁界解析法が提案され [7–10]。現在では、それぞれの手法を用いた数多くの汎用商用パッケージが販売されている。それぞれの手法は、適用対象に応じて、得意・不得意があるため、近年の電磁界設計エンジニアは、解析対象に応じて適切な手法を選択できることが求められている。

電磁界解析手法は、低周波の磁界解析と高周波の電磁界解析の 2 つに分類される。直流から数十 kHz を対象とした低周波磁界解析と数十 MHz から数十 GHz を対象とした高周波電磁界解析である。低周波の磁界解析では、変位電流を無視した定式化を行い、磁界に特化した解析を行う。主に、回転機や変圧器の解析に応用され、解析対象構造物の金属体は、低周波における表皮厚さより薄いいため、金属体内部の磁界分布も重要となる。それに対し、高周波の電磁界解析では、磁界よりも電界が支配的であるため、電界に基いた定式化が行われる。主にアンテナや導波管の解析に応用され、解析対象構造物の金属体は、高周波における表皮厚さよりも十分厚いため、完全導体表面として近似されることが多い。

低周波の磁界解析手法で最も研究・実用化が進んでいる手法は有限要素法 [11,12] である．有限要素法は，モータのように複雑な形状を少ない自由度で扱うことが可能であり，磁性体鋼板の非線形な電気特性の扱いも得意とする．ところが，空気部のモデル化も必要とするため，通信のように開領域で空気の多い問題を苦手とする．低周波の磁界解析において，積分方程式法や境界要素法も適用されることはあるが，商用パッケージの数は圧倒的に有限要素法が多い．

高周波の電磁界解析では，有限差分時間領域 (FDTD) 法 [13,14]，積分方程式 (モーメント) 法 [15,16]，有限要素法 [17] が用いられる．高周波電磁界では，低周波磁界解析と異なり，有限要素法がメジャーではなく，解析対象に応じて，用いられる方法が異なる．FDTD 法は，その解析原理の明快さから高周波電磁界解析手法として確固たる地位を確立しているが，電磁波の伝搬の時間応答を解析するため，低周波領域の解析では膨大な計算量となるため適用されない．有限要素法は，磁性体・誘電体などの物質を扱うことに優れているが，低周波の磁界解析と異なり，アンテナのように解析対象が空気を多く含む場合には，金属部のみをモデル化するモーメント法が有利な場合もあり，解析対象に応じて使い分けられている．

## 1.2 修正インダクタンス行列法の位置付け

自動車用電子鍵システムに用いられる近距離 LF 磁界通信の LF 帯域 (30 kHz ~ 300 kHz) は，従来の低周波磁界解析と高周波電磁界解析の中間の周波数に位置し，従来の方法には無い特徴を持つ．変位電流を無視した電磁界解析が可能であるうえ，金属構造体は表皮厚さに比べ十分厚く，完全導体として近似可能である．この中間周波数領域に特化した電磁界解析方法は，社会的必要性が少なかったためほとんど研究がなされていなかった．

本研究では，この中間周波数帯域に特化した電磁界解析手法の提案を行う．低周波の磁界解析手法で最も研究・実用化が進んでいる手法は有限要素法である．しかし，自動車内の近傍磁界通信のように解析対象空間の多くが空気である場合には，空間要素を必要とするため有限要素法は，解くべきシステムが肥大化するため設計手法として適さない．また，自動車用電子鍵システム的设计段階で入手可能な自動車の形状データは，構造解析に用いられる金属表面形状である．このような表面構造と整合する 3 次元有限要素の生成は，手作業では効率が悪く膨大な時間を必要とし，また，3 次元有限要素の自動生成を行うオートメッシュを介しても，要素生成は困難である．

一方，グリーン関数 [18,19] を用いる積分方程式法においては，空気要素を必要とせず，また，構造解析用の金属表面形状データをそのまま流用して解析を行うことが可能である．

そこで，本研究では，LF 帯の近傍磁界解析における積分方程式法について検討を行う．積分方程式法とは，散乱体表面の境界条件より積分方程式を導出し，離散化を行うことにより連立方程式に帰着させ，数値的な近似解を求める手法であり，空気要素を必要としないことを特徴とする積分方程式法において，完全導体に対する境界条件としては，

- $\mathbf{n} \times \mathbf{E} = 0$
- $\mathbf{n} \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$
- $\mathbf{n} \cdot \mathbf{B} = 0$

の 3 種類が用いられる [18,19] ．

$n \times E = 0$  を用いた線要素の積分方程式法は, Harrington らによって提案され [15], 線要素近似が適しているアンテナ解析では, 最もメジャーな手法であり, フリーウェアとして有名な NEC2 [20] にも実装されている. その後, 金属面を離散化する効率的な方法 (RWG 基底) が提案され [21, 22], 現行の商用パッケージでは, ほとんどの RWG 基底が採用されている. この方法は, 定式化に電界を用いているため, 低周波において電界の電気スカラーポテンシャル部が, 磁気ベクトルポテンシャル部に比べて大きくなり, 数値計算的に不安定になる「break down 問題」が知られている [23].

$n \times H = J$  は,  $n \times E = 0$  について, 金属構造体を扱うメジャーな方法であり, フリーウェアとして有名な NEC2 [20] にも実装されている. ただし,  $n \times H = J$  が, 金属表面の裏・表を区別する方程式であるため, 閉じた金属構造体しか扱うことができない [24]. 数値電磁界解析の世界では, 薄い金属構造体を無限に薄い完全導体表面としてモデル化することが多々あり, 自動車や携帯電話に含まれる薄い金属体をモデル化するには, 大きな制約となる.

$n \cdot B = 0$  は, 低周波磁界の完全導体からの散乱を解析する積分方程式法として, 1986年に E. Arvas らによって提案された [25]. 完全導体表面上の磁界の法線成分  $n \cdot B = 0$  という境界条件と, 表面電流の発散  $\nabla_s J_s = 0$  という2つの条件を用いた定式化である.

本研究では, この積分方程式法を発展させる. まず, この定式化において, 金属散乱体のトポロジーに依存して発生する同次解の問題を発見する. 同次解問題とは, 金属構造体のオイラー数が小さい場合に, 表面電流を決定するための条件式の数未知数より少なくなるため, 表面電流解が一意に定まらない問題である [28]. この問題は, 条件式として新たに, 金属構造体の孔部にファラデーの法則を課し, 連立行列方程式を構成することによって解決された [26]. さらに, 定式化を変形拡張し, インダクタンス行列方程式に帰着させ, ファラデーの法則と整合して連立させることが可能な「修正インダクタンス行列法」を提案した [27]. 本手法の検証を, 比較的単純な軸対称問題を通じて理論値と実験値との比較を行う.

最後に, 提案した「修正インダクタンス行列法」が, 近距離磁界通信装置の一つである自動車用電子鍵システム [1] のアンテナレイアウト設計に適用可能であることを示す [34].

「修正インダクタンス行列法」がアンテナレイアウト設計に適用可能であることを示すため, 自動車用鋼板を組み合わせる簡易自動車モデルを作成し, LF 磁界分布の解析結果と実測結果を比較する. 解析結果は, 実測結果と 10% 以下の誤差精度内で一致する. さらに, 修正インダクタンス法を改良し, LF 送信アンテナレイアウト設計をインタラクティブに実行可能な計算アルゴリズムを提案する [34]. この方法を用いて, 簡易自動車モデルにおける LF 送信アンテナの最適レイアウトを決定する.

### 1.3 本論文の構成

本論文は、5章で構成されている。各章の概要を図 1.4 に示す。

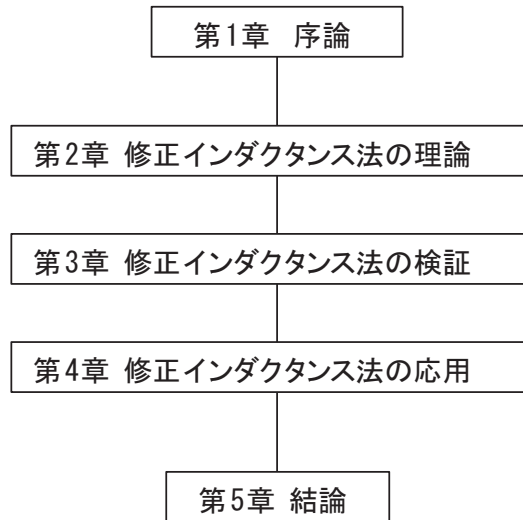


図 1.4 本論文の構成

第 1 章は序論であり、電磁界解析法における LF 近傍磁界解析の位置付けを述べ、LF 近傍磁界解析技術と自動車用電子鍵システムの設計の関係について記述する。

第 2 章は理論編であり、E. Arvas らが提案した積分方程式法に対して、孔が存在する場合にファラデーの法則を追加する必要があることを述べる。また、その解決法として、金属部だけでなく孔部に対しても要素生成を行う修正インダクタンス行列法を提案する。さらに、金属形状トポロジーと境界条件式の数の関係を調べ、金属形状トポロジーと必要な孔要素の数に関する関係を解明する。

第 3 章は検証編であり、提案した「修正インダクタンス行列法」の検証を行う。比較的単純な軸対称問題を用いて、従来法によって得られる磁界分布と修正インダクタンス法によって得られる磁界分布の比較を行う。

第 4 章は応用編であり、提案した「修正インダクタンス行列法」が、自動車電子鍵通信の設計に適用可能であること示す。自動車用鋼板を組み合わせることで簡易自動車モデルを作成し、LF 磁界分布の解析結果と実測結果を比較する。また、本手法を改良し、LF 送信アンテナレイアウト最適化設計をインタラクティブに実行可能な計算アルゴリズムを提案する。

第 5 章は結言であり、各章を要約し、本論文の結論を述べる。

## 第 2 章

# 修正インダクタンス行列法の理論

### 2.1 円板導体からの散乱問題

#### 2.1.1 E. Arvas らの定式化

E. Arvas らの積分方程式 [25] の骨子である  $n \cdot B = 0$  の導出過程を示す．図 2.1 に示すように完全導体内部の磁界は，0 である．

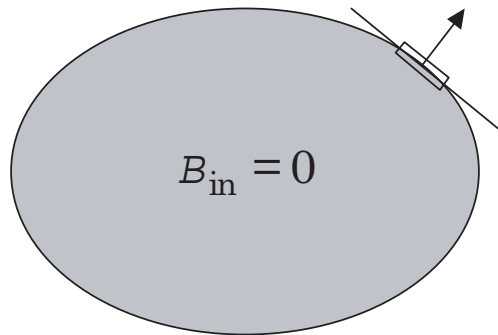


図 2.1 完全導体の境界条件

図 2.1 に示すように完全導体上の微小表面を取り，面積分を行う．磁界のガウスの法則により，閉じた空間の面積分は 0 である．側面の面積は，微小なので，面積分は， $B_{out}$  と  $B_{in}$  の和となる．完全導体内部の磁界は 0 なので，完全導体表面の外側の磁界が 0 となる．このように，完全導体内部の磁界が 0 という条件から，完全導体表面で， $n \cdot B = 0$  という条件が得られる．

$$\begin{aligned} \oint B dS &= 0 \\ n \cdot B_{out} \Delta S + n \cdot B_{in} \Delta S &= 0 \\ n \cdot B_{out} &= 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

ただし， $B_{out}$  は，完全導体表面の外側の磁界， $B_{in}$  は，完全導体表面の内側の磁界である．

E. Arvas らの積分方程式のもう一つの骨子である， $\text{div} J = 0$  の導出仮定を示す．変位電流  $D = 0$  を仮定する．式 (2.2) のように，Maxwell 方程式と連続の式より， $\text{div} J = 0$  が導かれる．

$$\begin{aligned}
 \mathbf{D} &= 0 \\
 \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho = 0 \\
 \operatorname{div} \mathbf{J} + j\omega\rho &= 0 \\
 \operatorname{div} \mathbf{J} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

$\omega$  は、角周波数、 $\rho$  は、電荷密度分布である。

完全導体表面上の電流が、自動的に、 $\operatorname{div} \mathbf{J} = 0$  を満たすように未知変数を選び、 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{B} = 0$  を満たすように積分方程式を構築する。

### 2.1.2 擬似インダクタンス行列法

前節では、E. Arvas らの定式化について述べた。本節では、E. Arvas らの方法を擬似インダクタンスを用いた異なる表現法で記述する。

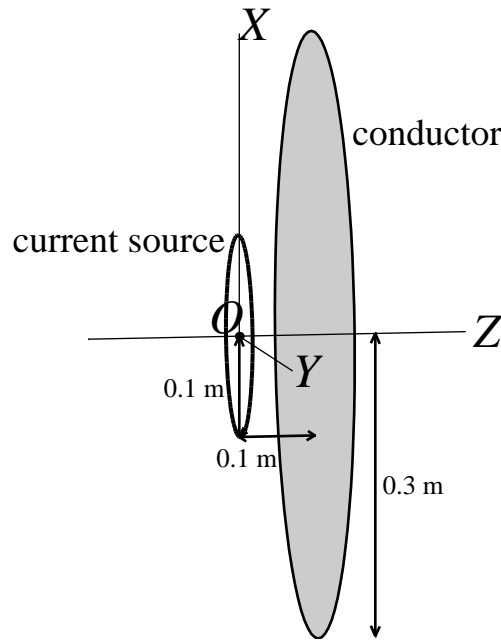


図 2.2 円形コイルが作る円板導体からの散乱磁界問題

図 2.2 のように円形コイルが作る円板導体からの散乱磁界問題を考える。図 2.3 のように三角形ループ電流に分割する。三角形ループ電流を未知変数にとると、自動的に、 $\operatorname{div} \mathbf{J} = 0$  を満たす。

分割された三角形ループ電流を誘導結合したコイルだと考え、インダクタンス行列を作る。図 2.4 (a) のように無限小の細さのコイルを考えた場合、自己インダクタンスは、式 (2.3) となり、発散する。

$$L = \frac{\int_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) dS}{J}
 \tag{2.3}$$

図 2.4 (b) のように重心と 1 辺の距離を半径に持つコイルを考え、式 (2.4) で与えられる量を擬似インダクタンスとして定義する。重心における磁界の法線成分に面積を掛け算したものを電流値で割算した量である。この量を用いることによって自己インダクタンスは、発散しなくなる。

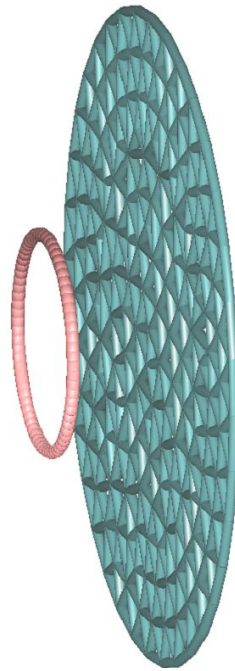


図 2.3 三角形ループ電流に分割された円板導体

$$M_{ij}^* = \frac{\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{B}_j(\mathbf{r}_{Gi}) S_i}{J_j} \quad (2.4)$$

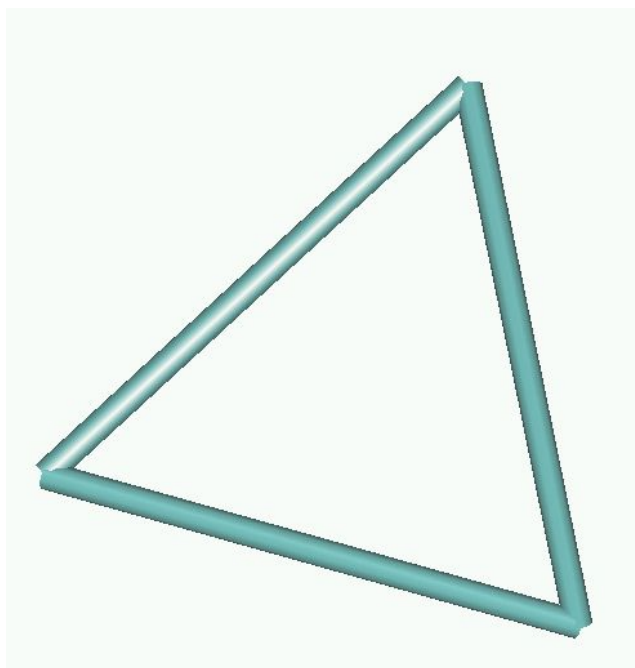
式 (2.5) として擬似磁束を定義する．重心における磁界の法線成分に面積を掛け算したものである．

$$\Phi_{0i}^* = \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{B}_0(\mathbf{r}_{Gi}) S_i \quad (2.5)$$

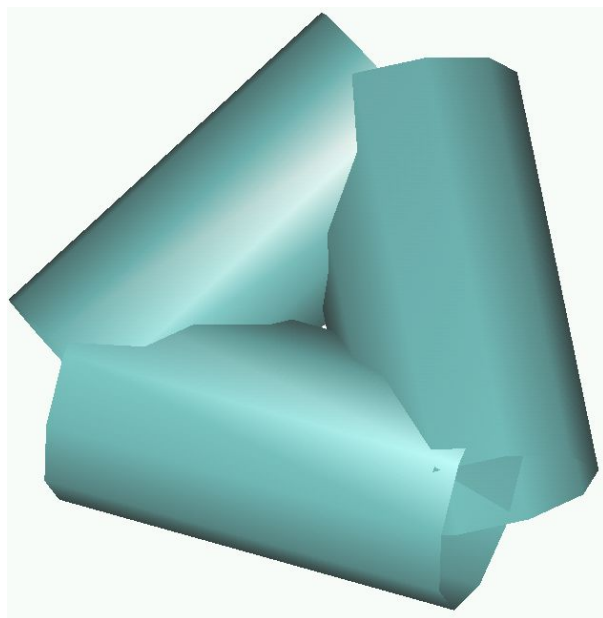
擬似インダクタンスと擬似磁束を用いて，式 (2.6) の擬似インダクタンス方程式が得られる．この擬似インダクタンス方程式を解くと，各三角形ループ電流値が得られ，得られた三角形ループ電流にビオ・サバルの法則を適用することによって，任意の空間評価点における磁界分布が得られる．この定式化は，E. Arvas らの方法に面積を演算しただけで，原理的には等価であり表現方法が異なるだけである．

$$\begin{bmatrix} M_{ij}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{0i}^* \end{bmatrix} = 0 \quad (2.6)$$

擬似インダクタンス行列法によって求めた近傍磁界分布の等高線図とベクトル図を，図 2.5 (a) に示す．同様のモデルを，商用パッケージの軸対称有限要素法 (Ansoft 社製 Maxwell 2D) を用いて，解析した結果を，図 2.5 (b) に示す．両者は完全に一致し，擬似インダクタンス行列法は妥当であることが検証できた．



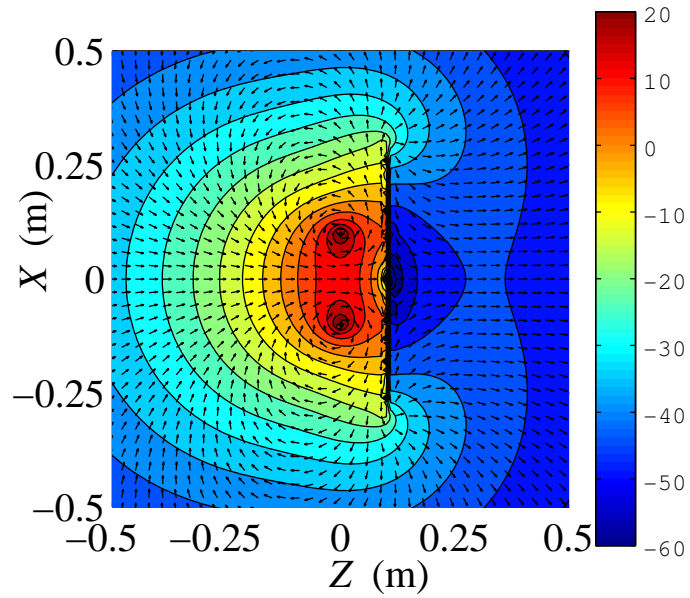
(a) 細い三角形ループコイル



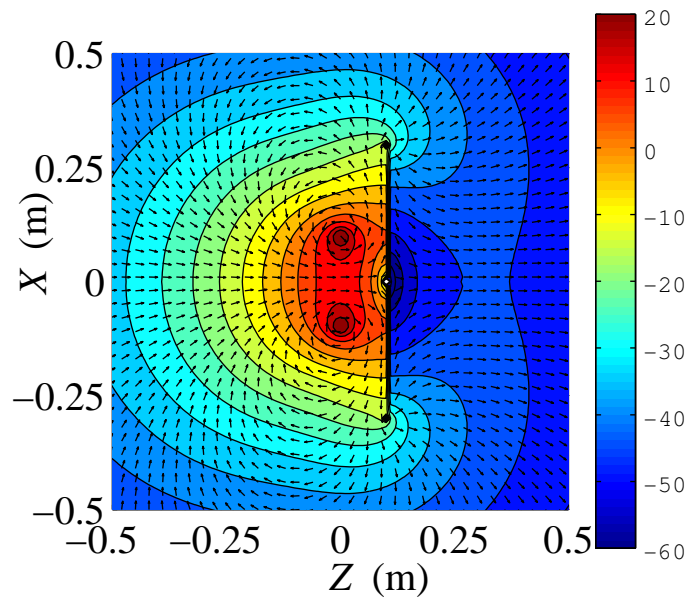
(b) 太い三角形ループコイル

図 2.4 三角形ループコイル (a) ワイヤ半径極小モデル (b) 重心間距離の太さの半径を持つワイヤモデル





(a) 擬似インダクタンス行列法



(b) 軸対称有限要素法

図 2.5 円板導体からの散乱問題 (a) 擬似インダクタンス行列法 (b) 軸対称有限要素法

## 2.2 孔あき円板導体からの散乱問題

### 2.2.1 擬似インダクタンス行列法

前節では，円板導体からの散乱問題を用いて，擬似インダクタンス行列法の妥当性を検証した．本節では，孔あき円板導体からの散乱問題を検討する．なお，前節と同様に解析した周波数は LF 帯 (132kHz) である．

図 2.6 の孔あき円板導体からの近傍散乱磁界を前節と同様の方法で解析した．

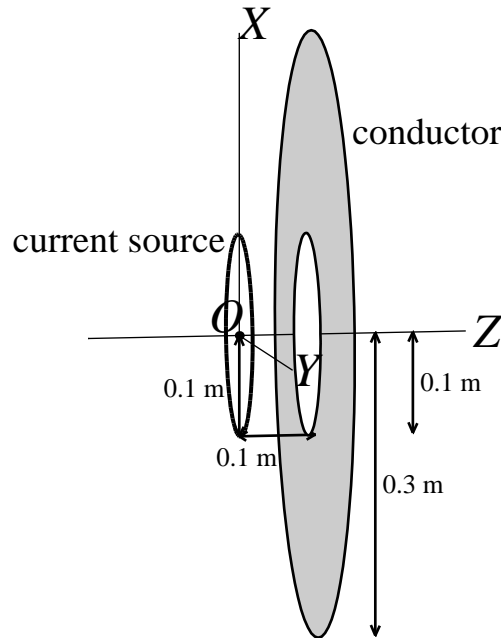


図 2.6 円形コイルが作る孔あき円板導体からの散乱磁界問題

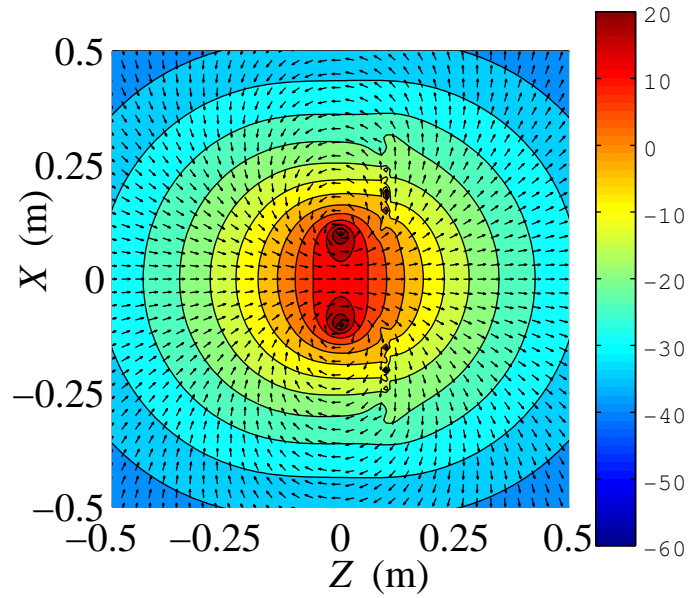
解析結果を図 2.7 に示す．(a) が擬似インダクタンス行列法による解析結果であり，(b) が軸対称有限要素法 (Ansoft 社製 Maxwell 2) の結果である．前節の孔が無い場合の結果と異なり，両者は全く一致しない．

#### 思考実験

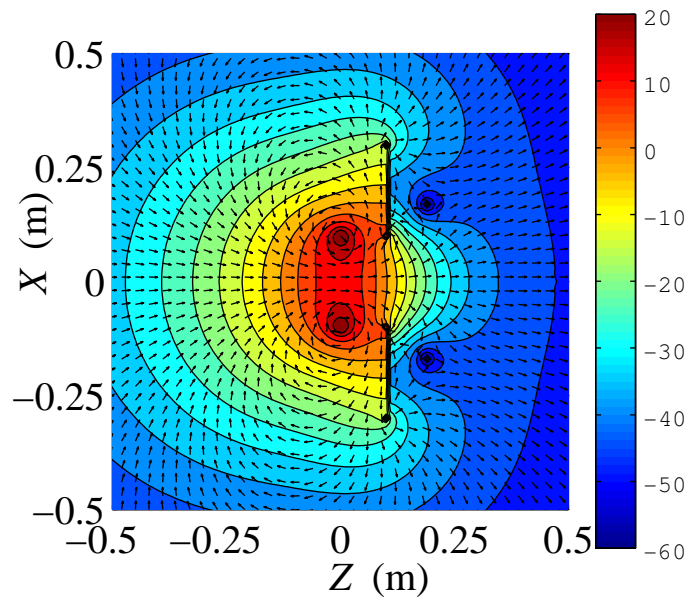
前節の近傍磁界が全く一致しないメカニズムを解明するため，図 2.8 に示す思考実験を行った．孔あき円板の穴を通る，無限に長い理想ソレノイドを考える [26]．理想ソレノイドは，ソレノイド外部に磁界を作らないため，理想ソレノイドが作る，孔あき円板表面上の磁界は 0 である．したがって，擬似インダクタンス行列方程式の右辺である擬似磁束は，0 である．

この場合，擬似インダクタンス行列方程式は，式 (2.7) となり，自明な解として， $J = 0$  を持つ．

$$\begin{bmatrix} M_{nij}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_j \end{bmatrix} = 0 \quad (2.7)$$



(a) 擬似インダクタンス行列法



(b) 軸対称有限要素法

図 2.7 円板導体からの散乱問題 (a) 擬似インダクタンス行列法 (b) 軸対称有限要素法

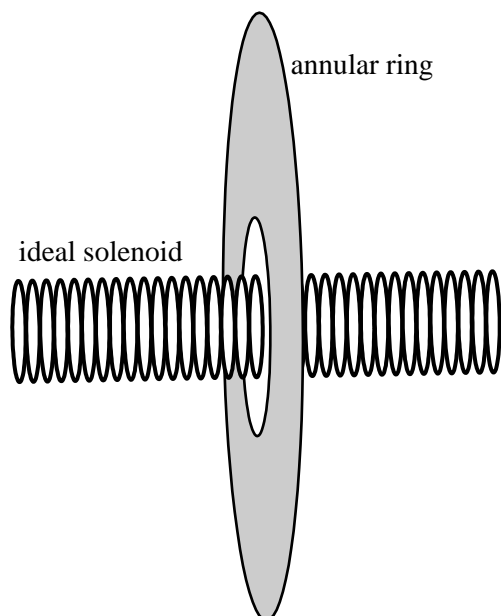


図 2.8 孔あき円板導体を用いた思考実験

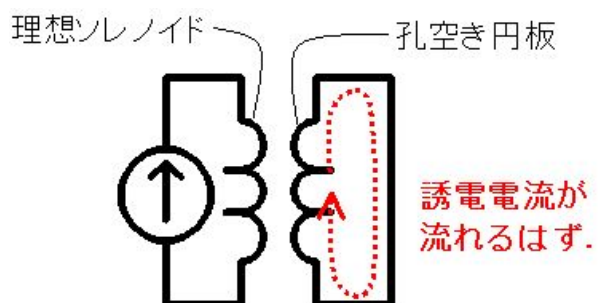


図 2.9 孔あき円板導体を用いた思考実験の等価回路

ところが，このモデルの等価回路を記述すると，図 2.9 となる．このように誘導結合したコイルでは，2 次側のコイルにも電流が流れるはずであり，孔空き円板導体にも電流が流れるはずである．以上の考察から，孔部に対してファラデーの法則を課す必要があることが推察される．

### 2.2.2 修正インダクタンス行列法 ~ 擬似インダクタンス行列法の拡張 ~

前節では，孔空き円板導体の場合に，ファラデーの法則を考慮する必要性を述べた．本節では，擬似インダクタンス行列法を拡張し，ファラデーの法則を統一的に扱える「修正インダクタンス行列法」を提案する [27]．図 3.4 に示す，孔空き円板導体からの近傍散乱磁界を例に，「修正インダクタンス行列法」を議論する．

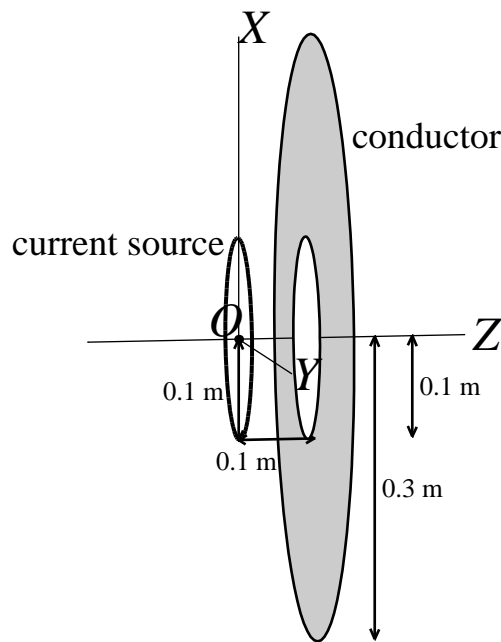


図 2.10 円形コイルが作る孔空き円板導体からの散乱磁界問題

孔が存在する場合には，図 2.11 に示すように，金属部だけでなく，孔部にも三角形ループコイルを生成する．

孔部に対するファラデーの法則は，擬似インダクタンスと擬似磁束を用いて，式 (2.8) に近似される．

$$\sum_{\substack{m \in \text{aperture} \\ n \in \text{aperture}}} \sum M_{mn}^* J_n + \sum_{\substack{m \in \text{aperture} \\ n \in \text{conductor}}} \sum M_{mn}^* J_n + \sum_{m \in \text{aperture}} \Phi_m^{*imp} = 0 \quad (2.8)$$

孔内部には，三角形ループ電流は，存在してはならないため，孔内部の三角形ループ電流は， $J_{ap}$  で一定という条件式 (2.9) を課す．

$$J_{n \in \text{aperture}} = J_{ap} \quad (2.9)$$

すると，ストークスの定理により，孔の境界エッジにのみ存在し，その大きさは， $J_{ap}$  となり，式

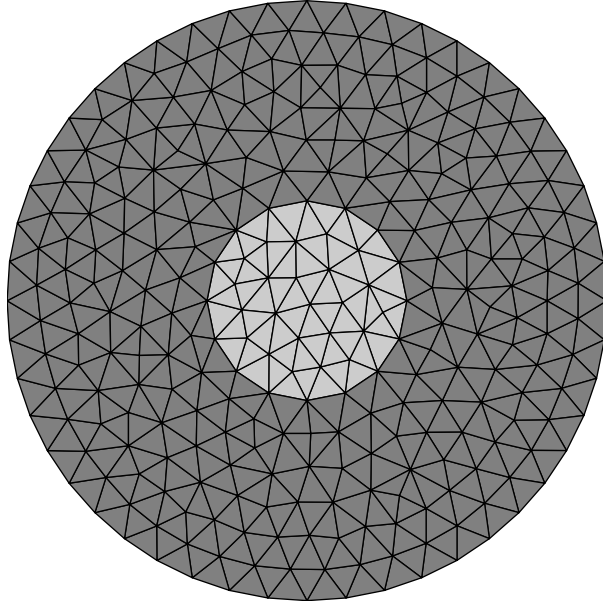


図 2.11 三角形要素に分割された孔あき円板導体と三角形要素に分割された孔

(2.8) は、式 (2.10) となる。

$$\sum_{\substack{m \in \text{aperture} \\ n \in \text{aperture}}} \sum M_{mn}^* J_{\text{ap}} + \sum_{\substack{m \in \text{aperture} \\ n \in \text{conductor}}} \sum M_{mn}^* J_n + \sum_{m \in \text{aperture}} \Phi_m^{*\text{imp}} = 0 \quad (2.10)$$

式 (2.10) と式 (??) を連立させることにより、式 (2.11) を得る。

$$\begin{bmatrix} M_{11}^* & \cdots & M_{1N}^* & \sum_{n \in \text{aperture}} M_{1n}^* \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ M_{N1}^* & \cdots & M_{NN}^* & \sum_{n \in \text{aperture}} M_{Nn}^* \\ \sum_{m \in \text{aperture}} M_{m1}^* & \cdots & \sum_{m \in \text{aperture}} M_{mN}^* & \sum_{\substack{m \in \text{aperture} \\ n \in \text{aperture}}} \sum M_{mn}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ \vdots \\ J_N \\ J_{\text{ap}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1^{*\text{imp}} \\ \vdots \\ \Phi_N^{*\text{imp}} \\ \sum_{m \in \text{aperture}} \Phi_m^{*\text{imp}} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

この定式化は、孔が複数ある場合にも適用可能である。

ファラデーの法則を  $M$  個課す必要がある場合には、式 (2.11) のそのまま拡張し、式 (2.12) となる。

$$\begin{bmatrix}
 M_{11}^* & \cdots & M_{1N}^* & \sum_{n \in \text{aperture1}} M_{1n}^* & \cdots & \sum_{n \in \text{apertureM}} M_{1n}^* \\
 \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 M_{N1}^* & \cdots & M_{NN}^* & \sum_{n \in \text{aperture1}} M_{Nn}^* & \cdots & \sum_{n \in \text{apertureM}} M_{Nn}^* \\
 \sum_{m \in \text{aperture1}} M_{m1}^* & \cdots & \sum_{m \in \text{aperture1}} M_{mN}^* & \sum_{m \in \text{aperture1}} \sum_{n \in \text{aperture1}} M_{mn}^* & \cdots & \sum_{m \in \text{aperture1}} \sum_{n \in \text{apertureM}} M_{mn}^* \\
 \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \sum_{m \in \text{aperture2}} M_{m1}^* & \cdots & \sum_{m \in \text{aperture2}} M_{mN}^* & \sum_{m \in \text{apertureM}} \sum_{n \in \text{aperture1}} M_{mn}^* & \cdots & \sum_{m \in \text{apertureM}} \sum_{n \in \text{apertureM}} M_{mn}^*
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 J_1 \\
 \vdots \\
 J_N \\
 J_{\text{ap1}} \\
 \vdots \\
 J_{\text{apM}}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \Phi_1^{*\text{imp}} \\
 \vdots \\
 \Phi_N^{*\text{imp}} \\
 \sum_{m \in \text{aperture1}} \Phi_m^{*\text{imp}} \\
 \vdots \\
 \sum_{m \in \text{apertureM}} \Phi_m^{*\text{imp}}
 \end{bmatrix}
 \tag{2.12}$$

## 2.3 トポロジーと孔要素の数

前小節では、円板導体を例に修正インダクタンス法を定式化した。本節では、散乱金属体のトポロジーと孔要素の数について議論する。

本節では、三角形ループ電流を用いず、金属構造体を多面体ワイヤグリッドを用いて、各ワイヤグリッドの電流値を決定する問題を考える。 $\text{div} \mathbf{J} = 0$  を成り立たせるために、多面体の各節点にキルヒホッフの法則を課す。

本小節では、多面体ワイヤグリッドで近似した金属構造体の辺の数を  $E$ 、面の数を  $F$ 、節点の数を  $N$  と表現する。決定すべき未知変数数の数は、辺の数  $E$  に等しい。

### 2.3.1 境界条件行列

磁界の法線成分に対する境界条件  $B_n = 0$  は、各面の重心上で評価を行う。境界条件行列  $C_{nm}$  を  $n$  番目の要素重心における  $m$  番目の単位辺電流が作る磁界の法線成分として定義すると、 $C_{nm}$  は、 $F \times E$  の大きさの行列となる。各行列要素の計算には、ビオ・サバルの法則から導出される。この行列を用いて、磁界の法線成分に対する境界条件は、辺上の電流を  $J_n$  と表記すると、式 (2.13) で表現される。

$$[C_{nm}][J_m] = 0 \quad (2.13)$$

散乱導体が閉じている場合には、磁界のガウスの法則 (式 (2.14)) が成り立つ。

$$\oint B_n dS \approx \sum B_n S_n = 0 \quad (2.14)$$

ただし、 $B_n$  は磁束密度の法線成分、 $\mu_0$  は真空中の透磁率、 $B_n$  は磁界の法線成分、 $S_n$  は  $n$  番目の要素の面積である。

そのため、散乱導体が閉じている場合には、境界条件はすべて独立とはならず、境界条件行列  $C_{nm}$  のランクは、 $F - 1$  となる。散乱導体が開いている場合には、境界条件はすべて独立であり、境界条件行列  $C_{nm}$  のランクは、 $F$  である。

### 2.3.2 キルヒホッフの電流則行列

表面電流の連続条件  $\nabla \cdot \mathbf{J}_s = 0$  は、ワイヤグリッドモデルを用いた場合には、節点上のキルヒホッフの電流則に近似される。キルヒホッフの電流則は、有向グラフ  $D_{nm}$  を用いて、式 (2.15) で表現される [29, 30]。

$$[D_{nm}][J_m] = 0 \quad (2.15)$$

有向グラフとは、向きを持ったグラフのことであり、その行列表現は、式 (2.16) で与えられる。

$$D_{nm} = \begin{cases} 0 & m \text{ 番目の辺が } n \text{ 番目の節点に非連結の場合} \\ 1 & m \text{ 番目の辺が } n \text{ 番目の節点に正連結の場合} \\ -1 & m \text{ 番目の辺が } n \text{ 番目の節点に負連結の場合} \end{cases} \quad (2.16)$$

この有向グラフの大きさは、 $N \times E$  であり、そのうち独立な成分は、トポロジーに依存せず、 $N - 1$  個である [29, 30]。したがって、 $D_{nm}$  のランクは、 $N - 1$  である。



## 2.3.3 連立行列と同次解空間

磁界の法線成分に対する境界条件行列とキルヒホッフの電流則行列を連立させた行列  $[A]$  を定義する．

$$[A] = \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

この連立行列  $A_{nm}$  のランクは，散乱導体が開いている場合には， $F + (N - 1)$  となり，散乱導体が閉じている場合には， $(F - 1) + (N - 1)$  となる．以降，同次方程式 2.18 の解空間について議論する．

$$A_{nm} J_m = 0 \quad (2.18)$$

グラフ理論によると，孔のない開いたトポロジーでは， $E = F + N - 1$  が成り立つ．具体的な例として，図 2.12 に示す円板導体について考えると， $E = 519$ ， $F = 334$ ， $N = 186$  であり， $E = F + N - 1$  が成り立つ．この場合，同次方程式 (2.18) は，ランク数が未知数の数  $E$  に等しくなるため，自明な解  $J = 0$  以外に解を持たない．

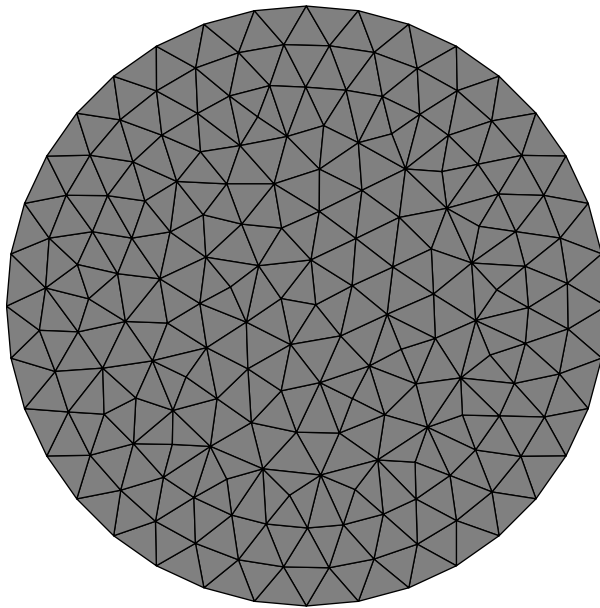


図 2.12 三角要素に分割された円板導体

グラフ理論によると、 $k$  個の孔を持つ開いたトポロジーでは、 $E = F + N - 1 + k$  が成り立つ。具体的な例として、図 2.13 に示す孔あき円板導体について考えると、 $E = 734$ 、 $F = 468$ 、 $N = 266$  であり、 $E = F + N$  が成り立つ。この場合、同次方程式 (2.18) は、ランク数が未知数の数  $E$  よりも 1 小さくなるため、同次解の解空間は 1 次元となる。

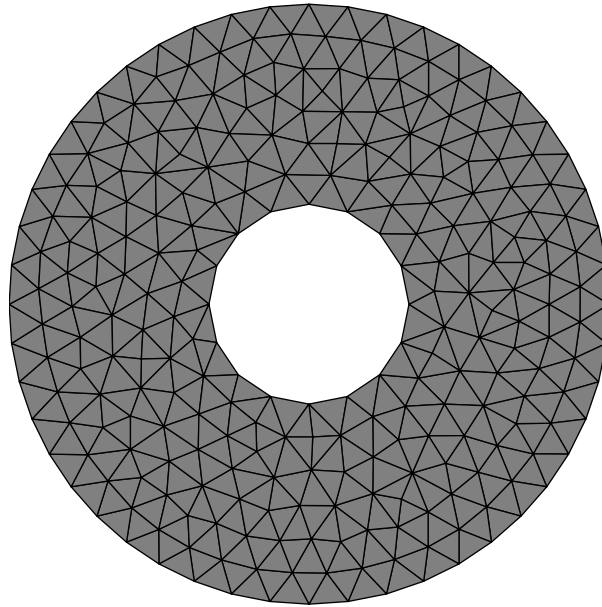


図 2.13 三角要素に分割された孔あき円板導体

一般に、 $k$  個の孔を持つ開いたトポロジーでは、同次解の解空間は  $k$  次元となる。 $k$  次元の同次解の自由度を決定するためには、 $k$  個のファラデーの法則が必要となる。

グラフ理論によると、孔のない閉じたトポロジーでは、オイラーの多面体定理として知られる  $E = F + N - 2$  が成り立つ。具体的な例として、図 2.14 に示す導体球について考えると、 $E = 1080$ 、 $F = 720$ 、 $N = 362$  であり、 $E = F + N - 2$  が成り立つ。この場合、同次方程式 (2.18) は、ランク数が未知数の数  $E$  に等しくなるため、自明な解  $J = 0$  以外に解を持たない。

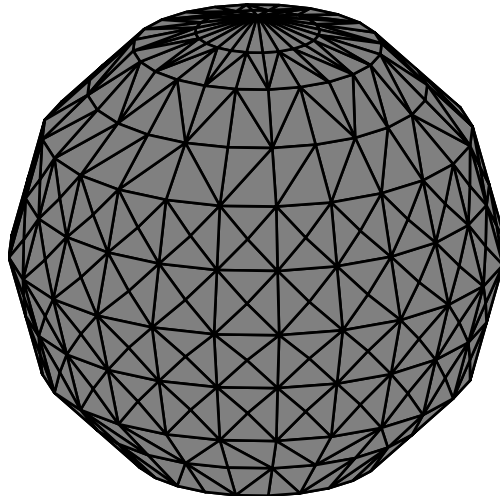


図 2.14 三角要素に分割された導体球

グラフ理論によると,  $g$  個の孔を持つ閉じたトポロジーでは, オイラーの多面体定理として知られる  $E = F + N - 2 + 2g$  が成り立つ. 具体的な例として, 図 2.15 に示すトーラス型導体について考えると,  $E = 864$ ,  $F = 576$ ,  $N = 288$  であり,  $E = F + N$  が成り立つ. この場合, 同次方程式 (2.18) は, ランク数が未知数の数  $E$  よりも 2 小さくなるため, 同次解の解空間は 2 次元となる.

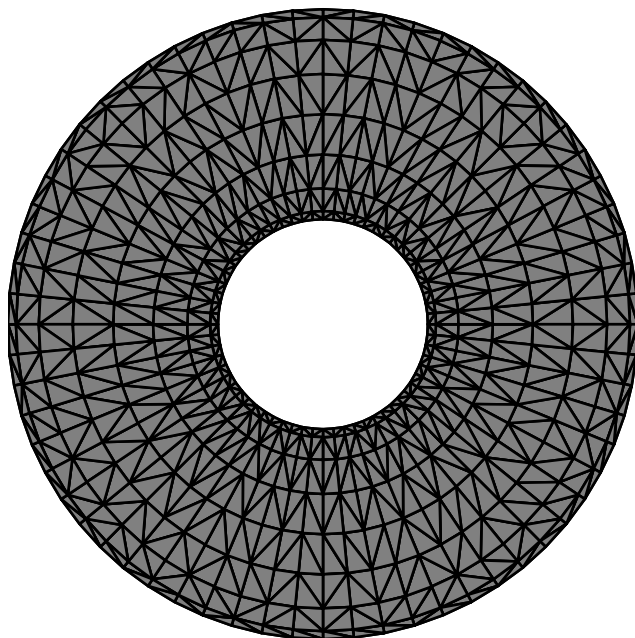


図 2.15 三角要素に分割されたトーラス型導体

一般に,  $g$  個の孔を持つ閉じたトポロジーでは, 同次解の解空間は  $2g$  次元となる.  $2g$  次元の同次解の自由度を決定するためには,  $2g$  個のファラデーの法則が必要となる.

図 2.16 に示す簡易自動車モデルについて考えると,  $E = 883$ ,  $F = 570$ ,  $N = 309$  であり,  $E = F + N + 4$  が成り立つ. この場合, 同次方程式 (2.18) は, ランク数が未知数の数  $E$  よりも 5 小さくなるため, 同次解の解空間は 5 次元となる.

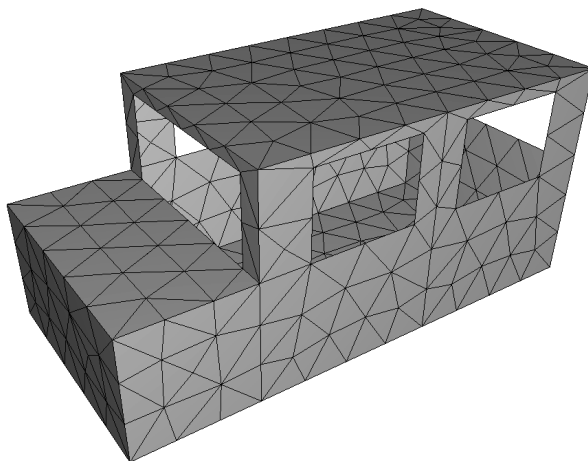


図 2.16 三角要素に分割された簡易自動車モデル

簡易自動車モデルのトポロジーでは, 窓の数は 6 枚あるのに対して, 必要なファラデーの法則は 5 個である.

## 2.4 本章のまとめ

本章では, E. Arvas らが提案した境界積分方程式が, 孔が存在する場合に破綻することを示し, ファラデーの法則を考慮する必要があることを明らかにした. さらに, ファラデーの法則を統一的に扱える「修正インダクタンス行列法」を提案した. また, オイラーの多面体定理に基づいてトポロジーと境界条件式の数の関係を調べ, 散乱導体のトポロジーとファラデーの法則の必要な数との関係を明らかにした.

## 第 3 章

### 修正インダクタンス行列法の検証

#### 3.1 解析解との比較

##### 3.1.1 一様磁界中の導体球

図 3.1 にヘルムホルツコイル中の球状導体の磁界散乱問題を示す．ヘルムホルツコイルの半径は，1 m で 2 つのコイル間距離は，1 m である．散乱体である球状導体は，ヘルムホルツコイルの中央に配置され，球状導体の半径は，0.15 m である．ヘルムホルツコイルが作る磁界は，球状導体近傍で十分一様と考えることができる．一様磁界中の導体球の散乱問題には，解析解が存在する [19]．

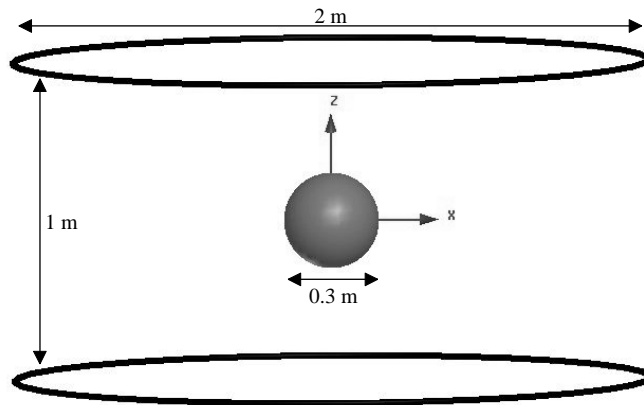


図 3.1 ヘルムホルツコイル中の球状導体の散乱問題

$$J_s = \frac{3}{2} H_{z0} \sin(\theta') \quad (3.1)$$

$$H_r(R, Z) = -\frac{3}{2} H_{z0} \frac{a^3 R Z}{\sqrt{(R^2 + Z^2)^5}} \quad (3.2)$$

$$H_z(R, Z) = H_{z0} \left( 1 + a^3 \frac{R^2/2 - Z^2}{\sqrt{(R^2 + Z^2)^5}} \right) \quad (3.3)$$

ただし,  $J_s$  は, 球状導体上の表面電流密度であり,  $H_{z0}$  は一様磁界の  $z$  成分の大きさであり,  $\theta'$  は, 球面上の天頂核である.  $H_r$  は, 磁界の動径方向成分,  $H_z$  は, 磁界の  $z$  成分である.  $R, Z$  は, 観測点の円筒座標であり,  $a$  は, 球状導体の半径である.

導体球上の表面電流の解析解は, 式 (3.1), 散乱磁界の動径成分は, 式 (3.2),  $z$  成分は, 式 (3.3) で与えられる.

図 3.2 に三角形ループコイルで近似した球状散乱導体を示す. 辺の数  $E = 6750$ , 面の数  $F = 4500$ , 節点数  $N = 2252$  である. 前章の議論に従い, 独立な三角形ループコイルの自由度  $M$  について検討を行った. 辺の数  $E$  に対して, 独立な電流のキルヒホッフの法則は,  $N - 1$  本存在する. そのため, 独立な三角形ループの数  $M$  は,  $M = E - (N - 1)$  である. ところで, オイラーの多面体定理より,  $E = N + F - 2$  が成り立つため, 独立な三角形ループの数は,  $M = F - 1$  である. したがって, 任意のある 1 面に対して, ループ電流の値を 0 に固定する必要がある. これは, 電気回路網における節点電圧と類似しており, ある任意の 1 節点は, グランド (電位 = 0) と設定する必要があることに対応する.

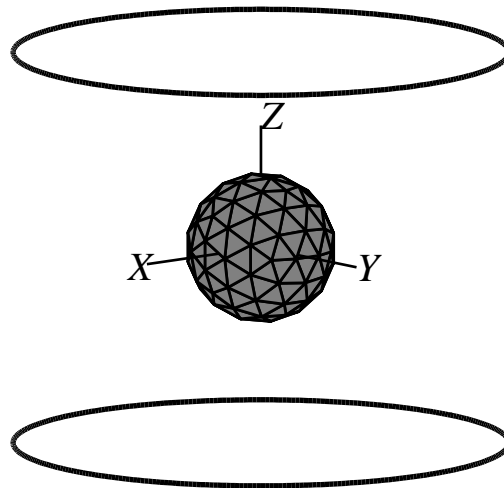
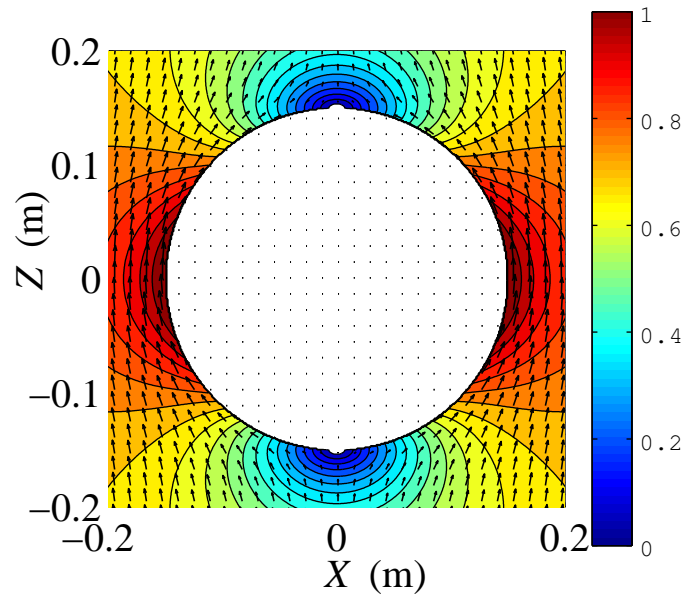


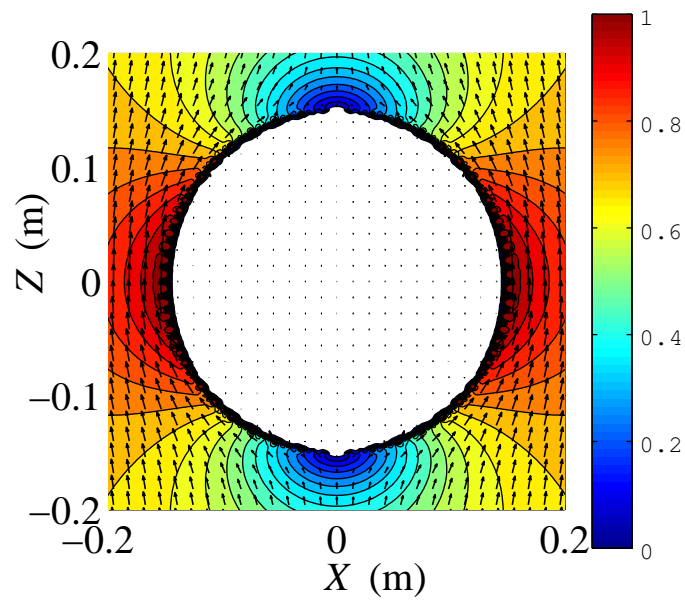
図 3.2 三角形ループコイルで近似した球状散乱導体

図 3.3 に三角形ループコイルのインダクタンス行列法による磁界分布と解析解による磁界分布の比較を示す. 三角形コイルの一辺は, 平均で 1 cm であるため, 導体表面から, 1 cm 以上離れた位置では, 磁界分布は解析解と完全に一致する.





(a) 解析解



(b) 擬似インダクタンス行列法

図 3.3 一様磁界中の球状導体の散乱磁界分布 (a) 解析解 (b) 擬似インダクタンス行列法

## 3.2 有限要素法との比較

### 3.2.1 孔あき円板導体の散乱問題

図 3.4 に孔あき円板導体による磁界の散乱問題を示す．半径 0.1 m の電流源に対向させて，0.1 m の距離に，半径 0.1 m の孔を持つ半径 0.3 m の円板導体を配置した．

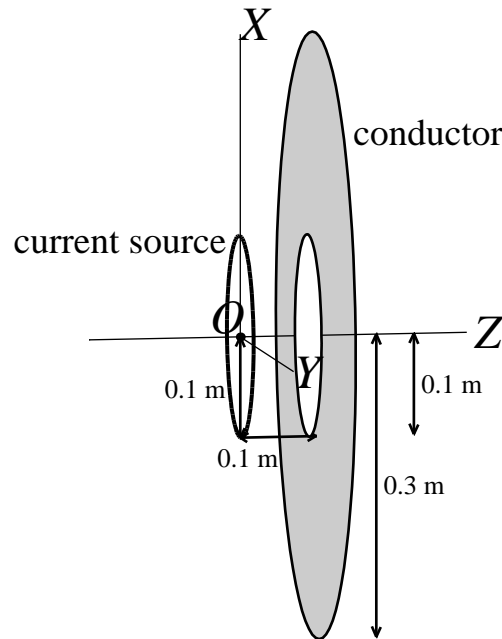
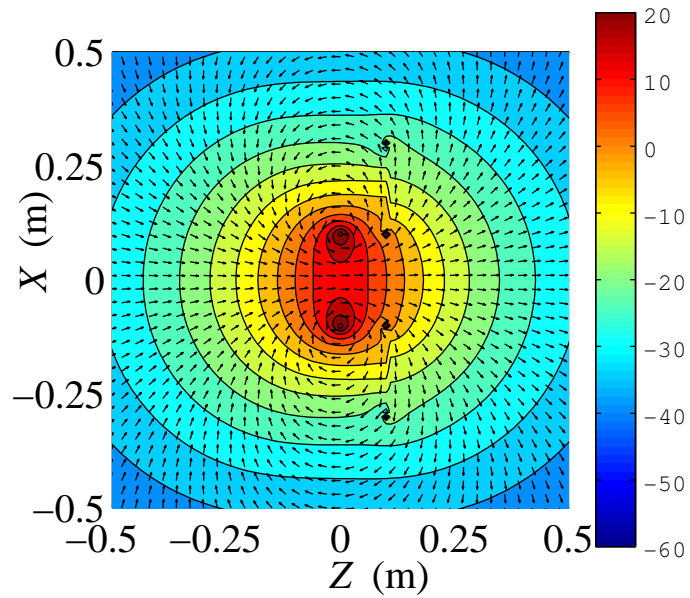


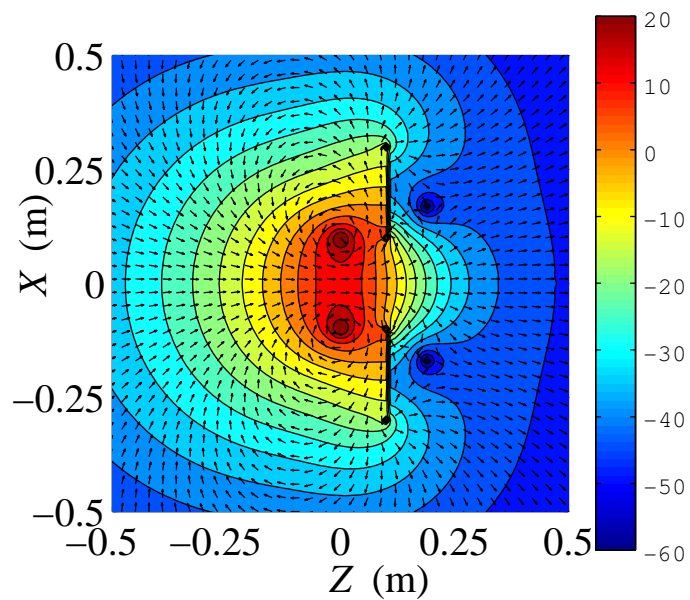
図 3.4 孔あき円板導体の散乱問題

このモデルに対して，市販の有限要素法ソルバー（Ansoft 社製 Maxwell 2D）を用いて，静磁界解析と，LF 帯（132kHz）の磁界解析を行った．得られた磁界分布を図 3.5 に示す．いずれの解析も円板導体を完全導体としてモデル化した．静磁界と，LF 帯の磁界分布で大きく結果が異なる．

図 3.6 に三角形要素に分割した孔あき円板導体を示す．解析に用いた分割では，導体部を 8336 個の三角形要素に分割し，孔部を 992 個の三角形要素に分割した．散乱磁界の解析は，孔部にファラデーの法則を課さない孔要素無擬似インダクタンス行列法と孔部にファラデーの法則を課す孔要素有の修正インダクタンス行列法の 2 通りで行った．孔部にファラデーの法則を課さないインダクタンス行列法では，自動的に導体に誘起される全電流が 0 となるため静磁界の解析結果と等しくなる．図 3.7 に得られた散乱磁界の解析結果を示す．(a) が孔要素無擬似インダクタンス行列法であり，(b) が孔要素有修正インダクタンス行列法である．(a) の結果が静磁界の解析結果に対応し，(b) が LF 帯の解析結果に対応する．図 3.5 に示す有限要素法の結果と完全に一致していることが確認できた．

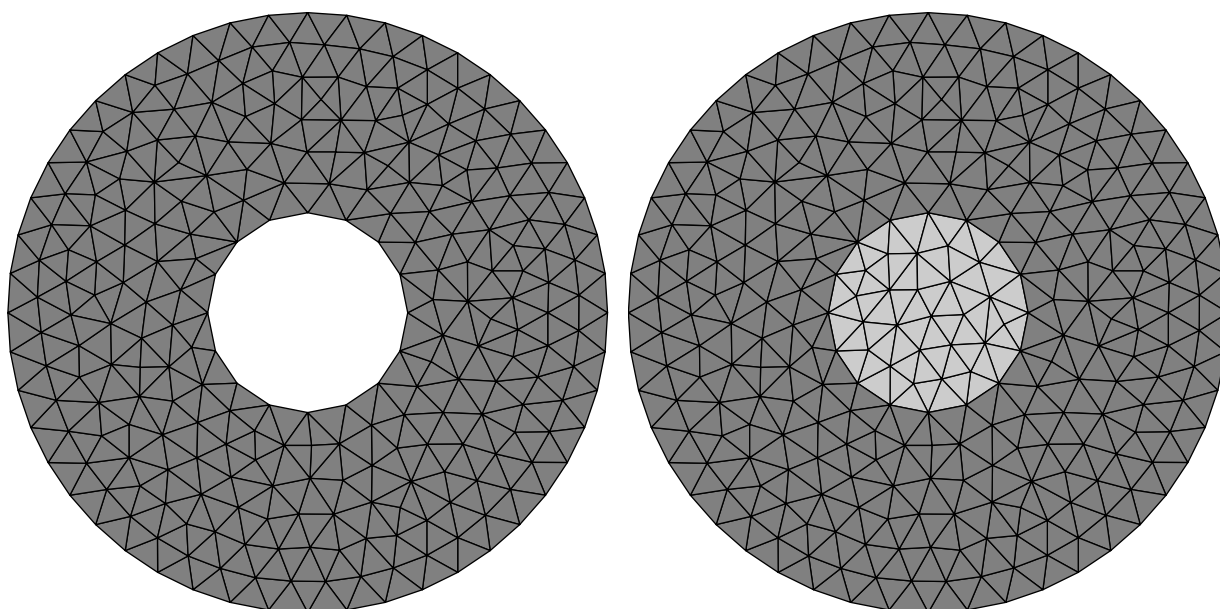


(a) 静磁界解析



(b) 132kHz 交流磁界解析

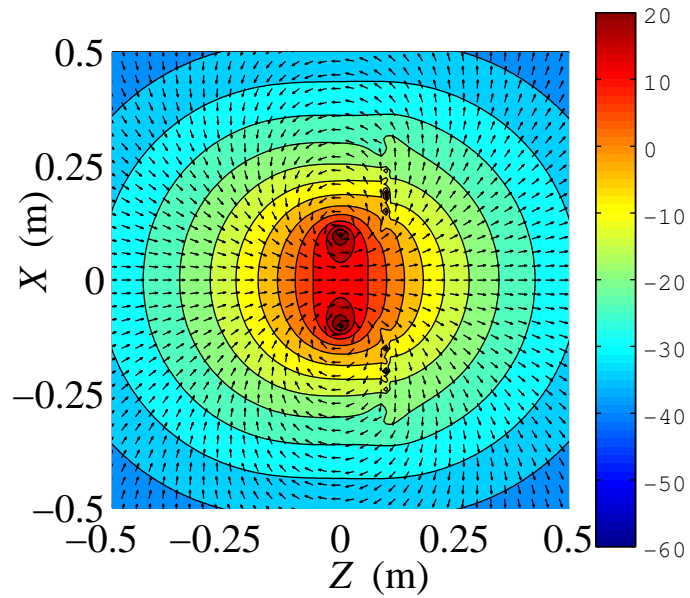
図 3.5 孔あき円板導体による散乱磁界の解析 (a) Maxwell 2D 静磁界解析 (b) Maxwell 2D 132kHz 交流磁界解析



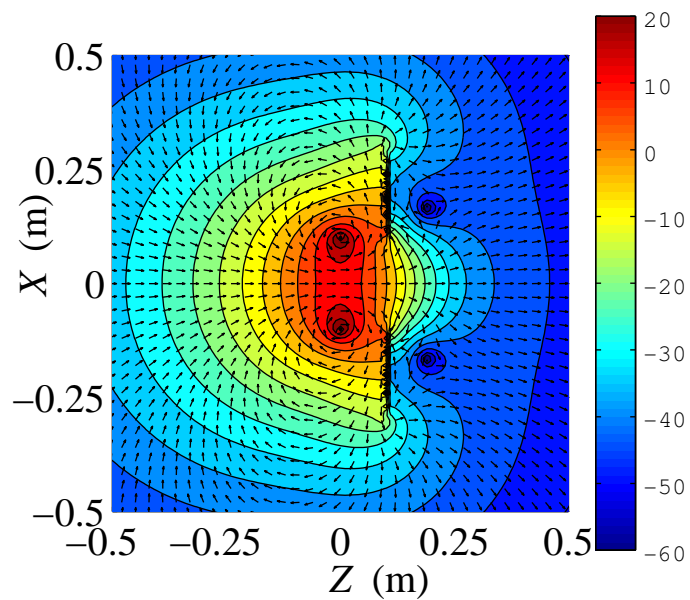
(a) 孔要素無擬似インダクタンス行列法

(b) 孔要素有修正インダクタンス行列法

図 3.6 孔あき円板導体の要素分割 (a) 孔要素無擬似インダクタンス行列法 (b) 孔要素有修正インダクタンス行列法



(a) 孔要素無擬似インダクタンス行列法



(b) 孔要素有修正インダクタンス行列法

図 3.7 孔あき円板導体による散乱磁界の解析 (a) 孔要素無擬似インダクタンス行列法 (b) 孔要素有修正インダクタンス行列法

### 3.2.2 円筒導体の散乱問題

図 3.8 に孔あき円板導体による磁界の散乱問題を示す．半径 0.1 m の電流源に対向させて，0.1 m の距離に，半径 0.3 m で高さ 0.3 m の円筒導体を配置した．

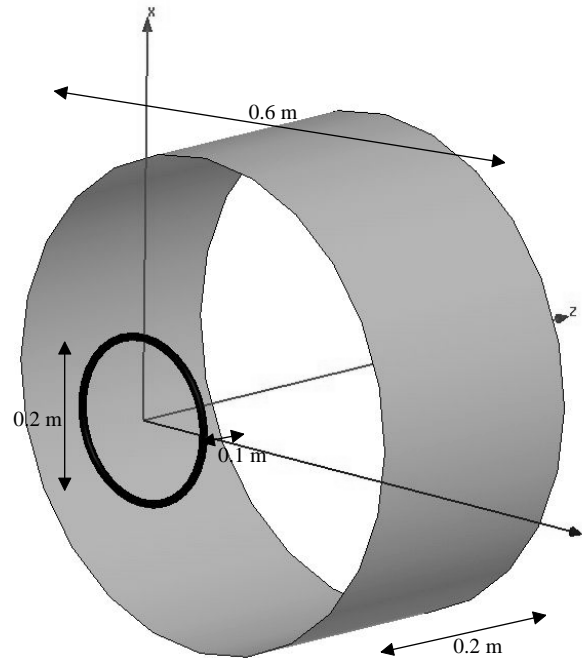
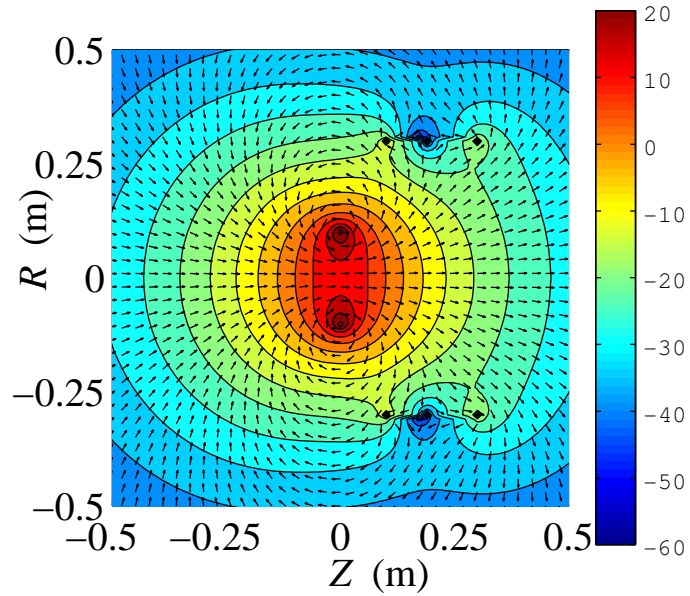


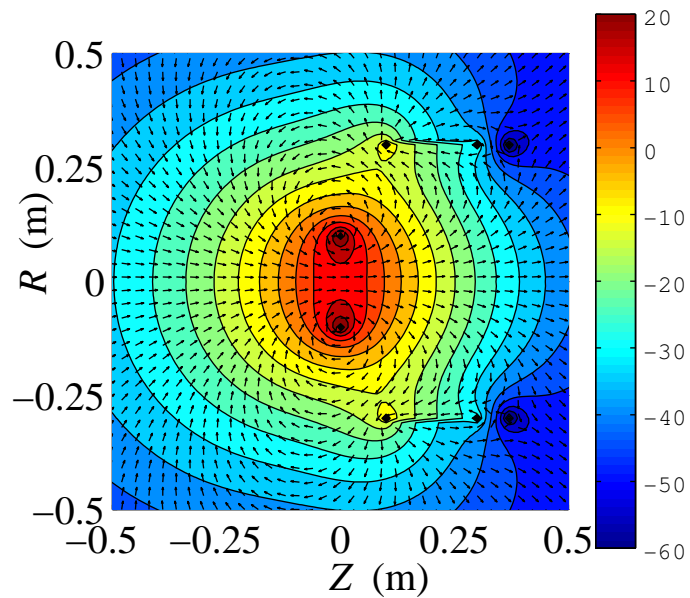
図 3.8 孔あき円板導体の散乱問題

このモデルに対して，市販の有限要素法ソルバー（Ansoft 社製 Maxwell 2D）を用いて，静磁界解析と，LF 帯（132kHz）の磁界解析を行った．得られた磁界分布を図 3.9 に示す．いずれの解析も円筒導体を完全導体としてモデル化した．静磁界と，LF 帯の磁界分布で大きく結果が異なる．

図 3.10 に三角形要素に分割した孔あき円板導体を示す．解析に用いた分割では，導体部を 15040 個の三角形要素に分割し，孔部を 9156 個の三角形要素に分割した．同次解の自由度は，1 であるため，コイルより遠い面の片面のみ孔要素を作成した．散乱磁界の解析は，孔部にファラデーの法則を課さない孔要素無擬似インダクタンス行列法と孔部にファラデーの法則を課す孔要素有の修正インダクタンス行列法の 2 通りで行った．孔部にファラデーの法則を課さないインダクタンス行列法では，自動的に導体に誘起される全電流が 0 となるため静磁界の結果と等しくなる．図 3.7 に得られた散乱磁界の解析結果を示す．(a) が孔要素無擬似インダクタンス行列法であり，(b) が孔要素有修正インダクタンス行列法である．(a) の結果が静磁界の解析結果に対応し，(b) が LF 帯の解析結果に対応する．図 3.9 に示す有限要素法の結果と完全に一致していることが確認できた．



(a) 静磁界解析



(b) 132kHz 交流磁界解析

図 3.9 円筒導体による散乱磁界の解析 (a) Maxwell 2D 静磁界解析 (b) Maxwell 2D 132kHz 交流磁界解析

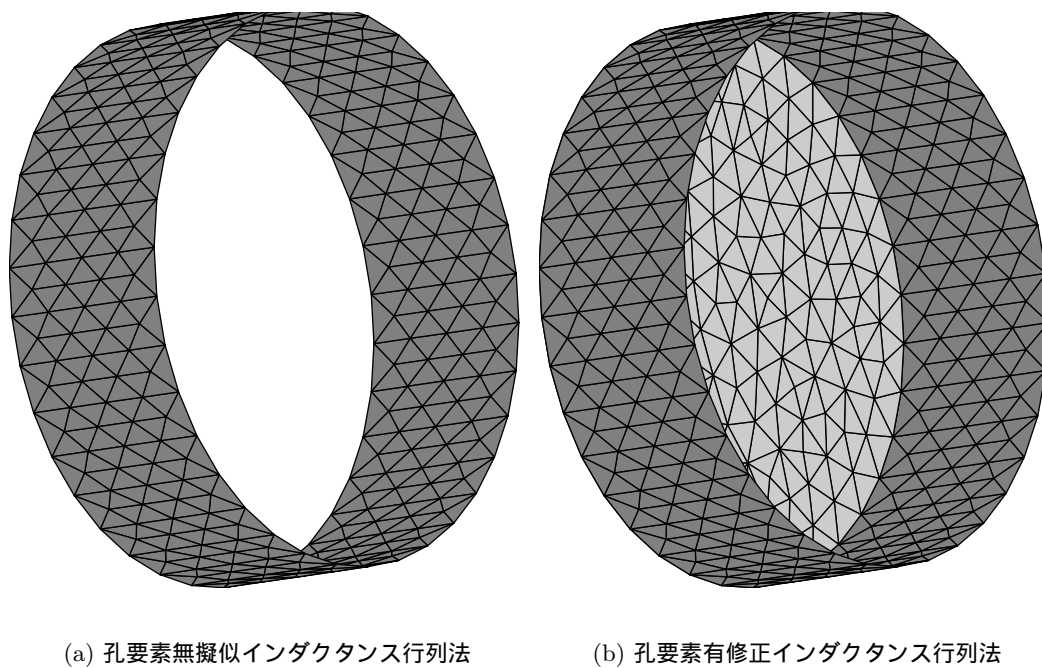
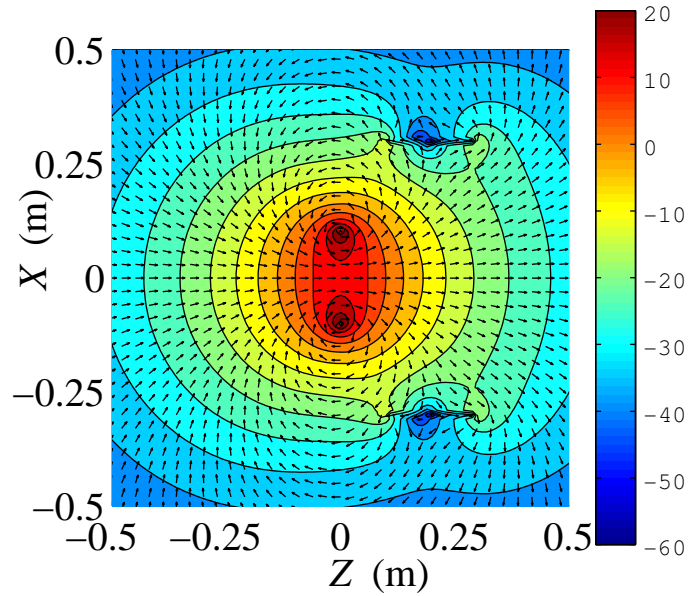
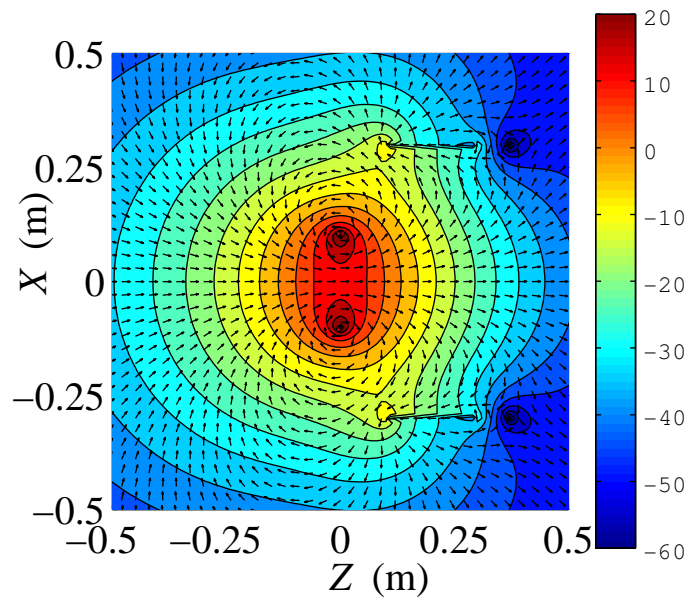


図 3.10 円筒導体の要素分割 (a) 孔要素無擬似インダクタンス行列法 (b) 孔要素有修正インダクタンス行列法





(a) 孔要素無擬似インダクタンス行列法



(b) 孔要素有修正インダクタンス行列法

図 3.11 円筒導体による散乱磁界の解析 (a) 孔要素無擬似インダクタンス行列法 (b) 孔要素有修正インダクタンス行列法

### 3.2.3 トーラス形状導体の散乱問題

図 3.12 にトーラス形状導体による磁界の散乱問題を示す．半径 0.1 m の電流源に対向させて，0.15 m の距離に，主半径 0.15 m で副半径 0.05 m のトーラス形状導体を配置した．

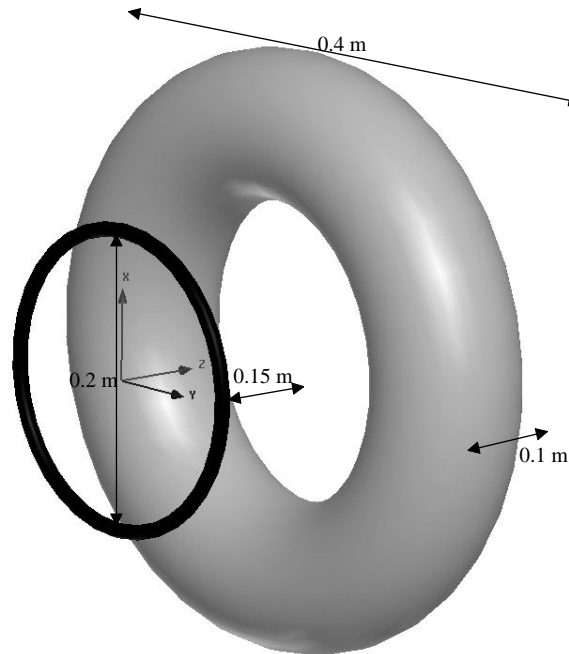
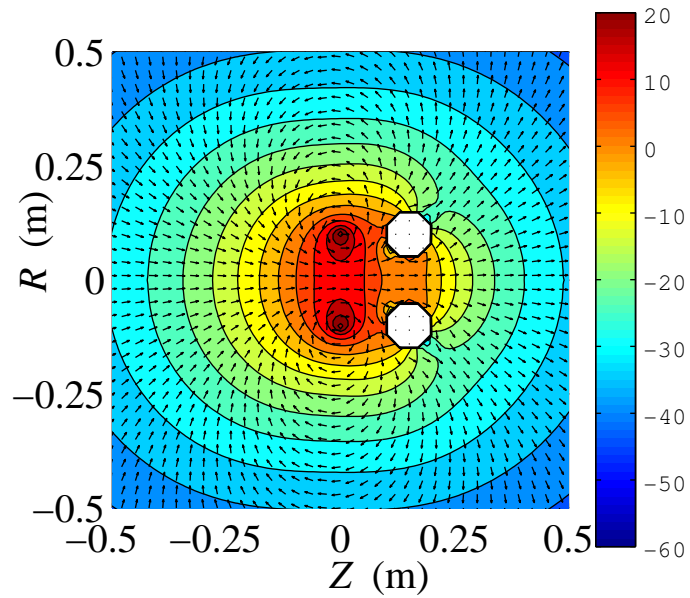


図 3.12 トーラス形状導体の散乱問題

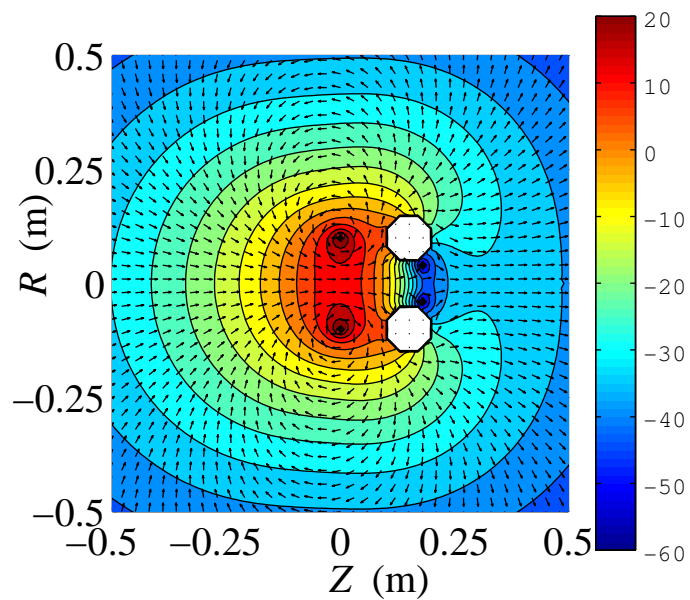
得られた磁界分布を図 3.13 に示す．いずれの解析も円筒導体を完全導体としてモデル化した．静磁界と，LF 帯の磁界分布で大きく結果が異なる．

図?? に三角形要素に分割した孔あき円板導体を示す．トーラスの場合は，同次解の自由度は，2 であるため，図 3.14 に示すように，中央部と，チューブの断面にそれぞれ孔要素を作成した．解析に用いた分割では，導体部を 6528 個の三角形要素に分割し，中央の孔部を 248 個の三角形要素に分割し，チューブの断面を 248 個の三角形要素に分割した．

散乱磁界の解析は，孔部にファラデーの法則を課さない孔要素無擬似インダクタンス行列法と孔部にファラデーの法則を課す孔要素有の修正インダクタンス行列法の 2 通りで行った．図 3.15 に得られた散乱磁界の解析結果を示す．(a) が孔要素無擬似インダクタンス行列法であり，(b) が孔要素有修正インダクタンス行列法である．孔部にファラデーの法則を課さないインダクタンス行列法では，孔内部に磁束が入り込んでしまう結果を得る．したがって，物理的に正しい解析ではない．孔要素有りの修正インダクタンス行列法 (b) のみが正しい解析結果を与える．この解は，図 3.13 に示す有限要素法の結果と完全に一致していることが確認できた．



(a) 静磁界解析



(b) 132kHz 交流磁界解析

図 3.13 トーラス形状導体による散乱磁界の解析 (a) Maxwell 2D 静磁界解析 (b) Maxwell 2D 132kHz 交流磁界解析

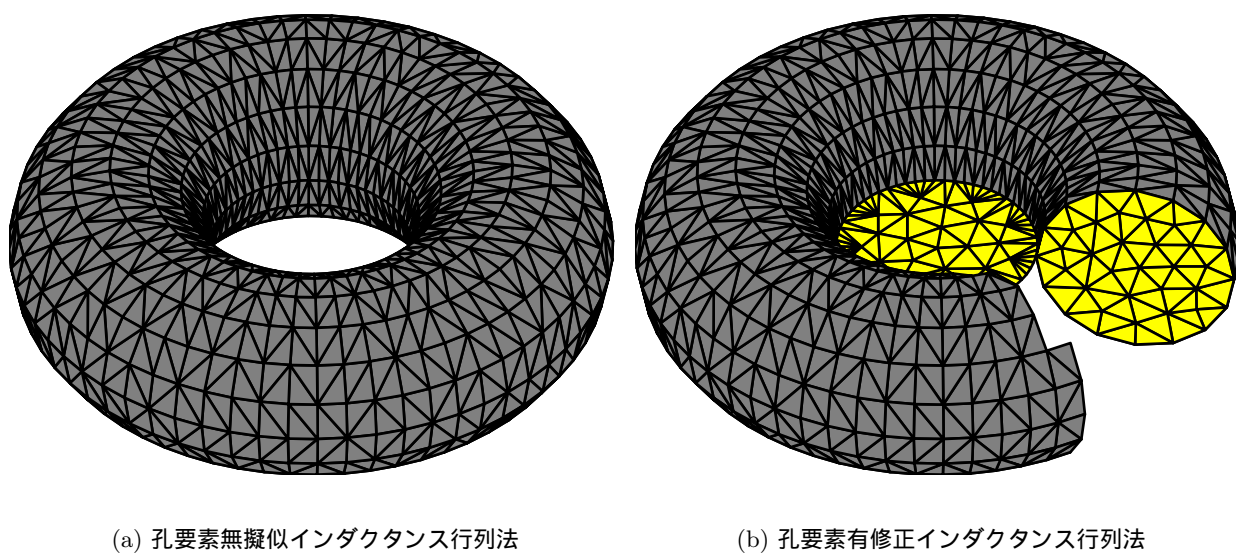
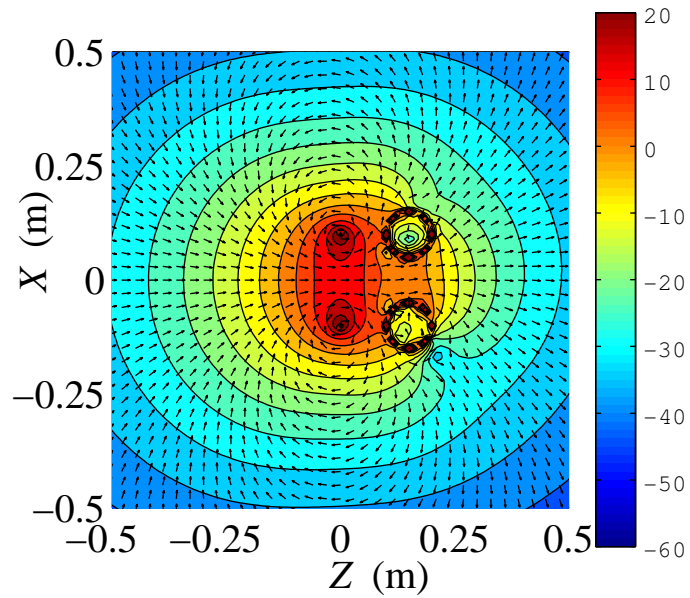
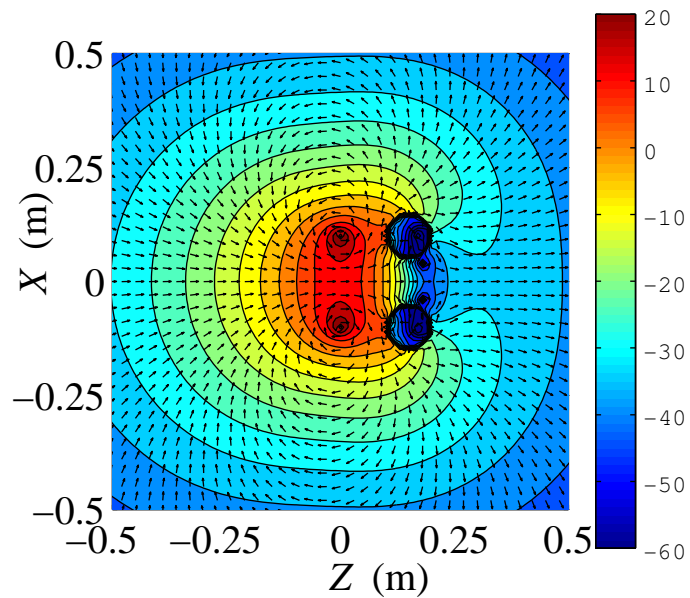


図 3.14 トーラス導体の要素分割 (a) 孔要素無擬似インダクタンス行列法 (b) 孔要素有修正インダクタンス行列法



(a) 孔要素無擬似インダクタンス行列法



(b) 孔要素有修正インダクタンス行列法

図 3.15 トーラス導体による散乱磁界の解析 (a) 孔要素無擬似インダクタンス行列法 (b) 孔要素有修正インダクタンス行列法

### 3.3 本章のまとめ

本章では、前章で提案した「修正インダクタンス行列法」のベンチマークを行った。比較的単純な球状散乱問題と軸対称問題を通じて、「修正インダクタンス行列法」の妥当性を検証した。

## 第 4 章

# 修正インダクタンス行列法の応用

### 4.1 電子鍵システムシステムの概要

自動車のセキュリティ問題は、近年重要な課題であり、電子鍵システムは、高いセキュリティ性と利便性を提供する。ドライバーがドアのボタンを押すと、ドライバが鞆の中やポケットに保有している電子キーが、車からの LF 帯 (132.45kHz) の信号を受け取り、UHF 帯 (315MHz) の信号を返信し、電子認証することによってドアを開錠する。また、自動車は、電子認証キーが車内にあると認識すると、ドライバーはエンジン始動ボタンを押すことにより、エンジンを始動させることができる。このシステムを設計するためには、車内のすべての位置で LF 通信が可能であるように、なるべく少ない数の LF 送信アンテナでアンテナレイアウトを最適化する必要がある。また、これらの LF 送信アンテナ位置は、実車が存在しない設計段階で決定する必要があるため、LF 近傍磁界シミュレーションが必須である。低周波の磁界解析で最も研究が進んでいる手法は、有限要素法である。しかし、設計段階で入手可能な自動車の情報は、構造設計のために用いられる車の金属部の構造データである。車内部に空気要素を必要とする有限要素法は、複雑な前処理を必要とする。また、車ボディは、複雑な構造であるため、解くべきシステム行列方程式が肥大化して有限要素法は不利である。そこで、前章まで議論してきた修正インダクタンス法を適用した。修正インダクタンス法は、金属表面のみを離散化するため、車内部に空気要素を必要とせず、構造設計のための CAD 情報が流用容易である。

### 4.2 電子鍵システムシステムへの適用検証

#### 4.2.1 検証用 1/4 単純車モデル

図 4.1 に検証用の 1/4 単純車モデルを示す。自動車ドア用の鋼板 SPAH 0.6 mm 厚を組み合わせて作成した。図 4.2 に LF 送信アンテナの写真を示す。9 × 6 × 95 mm のフェライトバーの中央に、24 ターンのコイルを巻いて作成した。LF 送信アンテナは、自動車のセンターコンソールを模擬した位置に配置した。詳細な寸法は、図 4.3 に示す。図 4.3 中の line 1-3 に沿った窓からの LF 漏れ磁界について解析結果が妥当であるかを検証した。

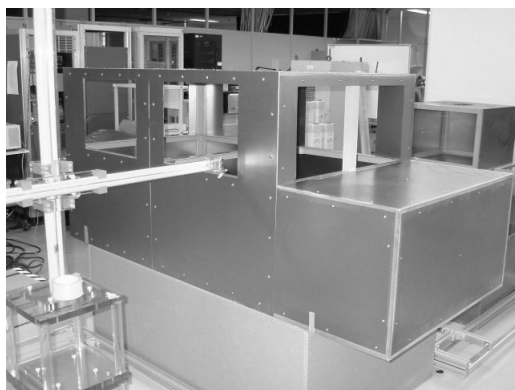


図 4.1 検証用 1/4 単純車モデル

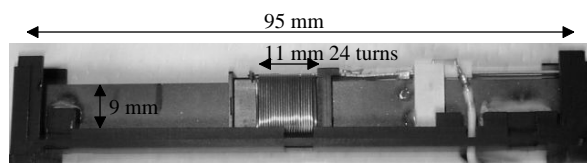


図 4.2 LF 送信アンテナ

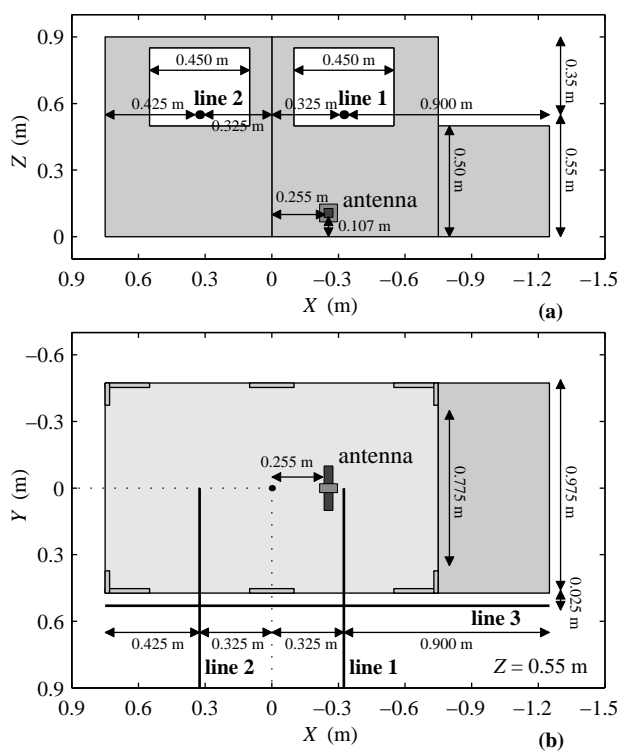


図 4.3 (a) X-Z 面の詳細寸法 (b) X-Y 面の詳細寸法



### 4.2.2 測定システム

図 4.4 に市販の 3 軸磁界プローブ BMM5 を示す．感度を上げるために，直径 15 cm の大きさを持ち，プリアンプを内蔵している．10 mV/nT の感度を持ち，数 nT の磁界をオシロスコープを用いて測定可能である．



図 4.4 市販の 3 軸磁界プローブ BMM5 直径 15cm

本測定では，5 cm 間隔で磁界測定を行うため，直径 15 cm のプローブでは大きすぎ，十分な空間分解能が得られなかった．高空間分解能な磁界測定を行うため，図 4.5 に示す直径 13 mm のコイルを磁界プローブを作成した．アクリルの固定台にネジ止めされており，ネジ向きを変更することにより，中心位置を保持したまま，xyz の 3 方向の磁界測定が可能な構造を採用した．

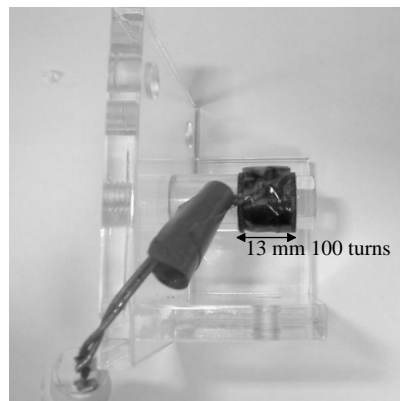


図 4.5 製作した直径 13 mm の磁界プローブ

直径 13 mm のボビンに，1000 ターンのコイルを巻いたところ，10.7 mH のインダクタンスを持った．測定に用いた 5 m の BNC ケーブルは，385 pF の静電容量を持ったため，77 kHz に共振周波数を持った（図 4.6）．測定周波数は，125 kHz であり，1000 ターン巻いた場合，測定周波数においてインピーダンスは容量性となる．また，BNC ケーブルの静電容量は，測定中に線の引き回しが変わることによって変化するため，プローブの感度が安定しない．この問題を解決するために，コイルの巻き数を 100 ターンに減らした．インダクタンスは， $84\mu\text{H}$  に減少し，共振周波数は，775 kHz となった（図 4.6）．その結果，測定周波数 125 kHz において，インピーダンス特性は誘導性となり，プローブの感度は一定となった．

市販の磁界プローブ BMM5 では，10 mV/nT の感度を持つため，オシロスコープを用いた波形測定が可能であるが，製作した直径 13 mm の磁界プローブでは，感度が小さいため，オシロスコープによる測定は不可能である．そこで， $2.5\mu\text{V}$  の分解能を持つ周波数応答分析器（FRA5096）を用いた．図 4.8 に周波数応答分析器のブロック図を示す．周波数応答分析器とは，スイープ発振器と，CH 1，CH 2 の電圧計より構成され，デジタルフーリエ演算によって，発振器を基準とした電圧を計測する装置である．

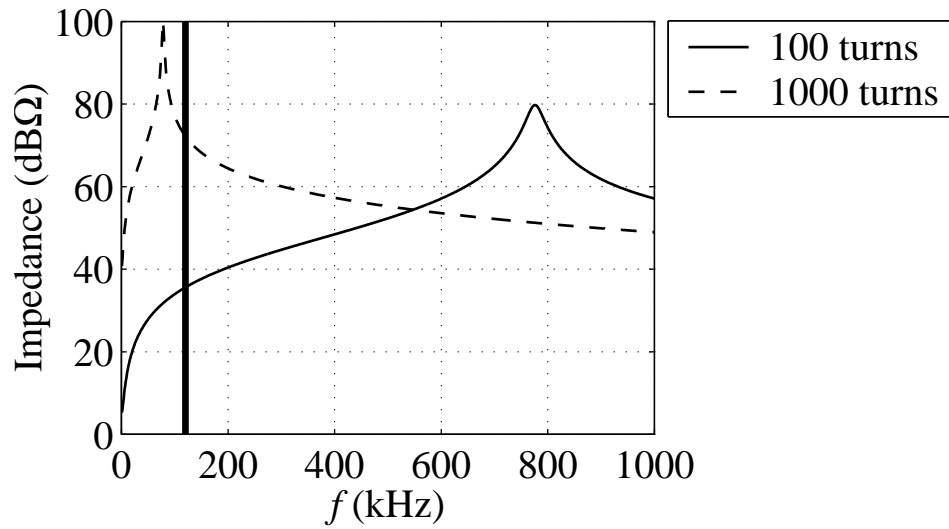


図 4.6 100 ターンのインピーダンス特性と 1000 ターンのインピーダンス特性の比較

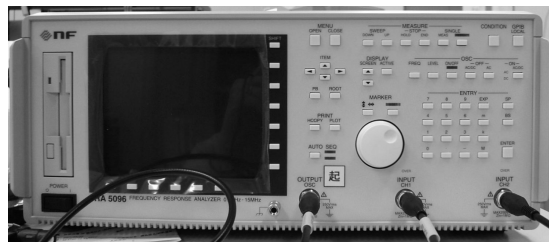


図 4.7 NF 回路設計ブロック社製 周波数特性分析器 FRA5096

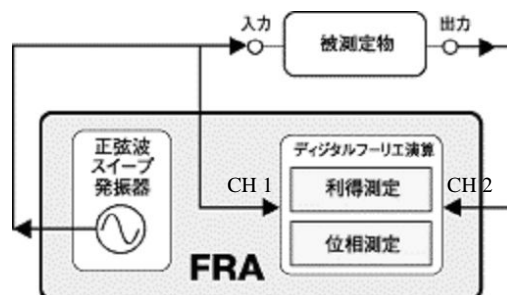
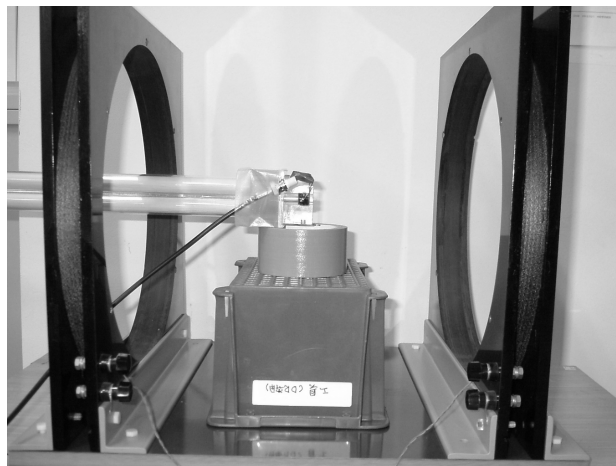


図 4.8 周波数特性分析器のブロック図

次に、13 mm プローブの校正を行った．図 4.9 に示すように、直系 38 cm のヘルムホルツコイルの中央に市販の磁界プローブ BMM5 を配置した．ヘルムホルツコイルに、125 kHz 9 V 印加時に、347 mVrms であった．10 mV/nT から換算して、34.7 Vrms の磁界が発生している．この状況において、13 mm プローブをヘルムホルツコイル中央に配置し、誘導電圧を測定すると、 $267\mu\text{Vrms}$  であった．以上の測定から、125 kHz における 13 mm プローブの感度は、 $267\mu\text{Vrms}/34.7\text{nTrms} = 7.7\mu\text{V/nT}$  と決定することができた．



(a) BMM5



(b) 13 mm プローブ

図 4.9 ヘルムホルツコイルを用いたプローブの校正 (a) BMM5 (b) 13 mm プローブ

図 4.10 に測定システムのブロック図を示す．周波数応答分析器の発振器を高周波アンプに接続し、LF 送信アンテナに給電した．LF 送信アンテナに流れる電流をピアソン CT を用いて電圧に変換し、周波数応答分析器の CH 1 に接続した．また、13 mm プローブの出力を周波数応答分析器の CH 2 に接続した．13 mm プローブを移動しながら、磁界分布を測定した．この構成により、高分解能な LF 磁界測定システムを構築した．

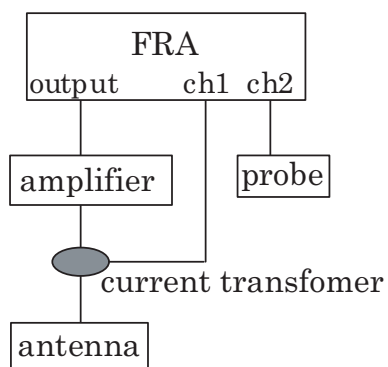


図 4.10 周波数応答分析器を用いた測定システム

## 4.2.3 数値解析方法

自動車用鋼板のモデル化については、前章で議論してきた修正インダクタンス法を用いた。デローニ法による三角形要素分割によって、金属部と孔部を三角形要素分割したメッシュを図4.11に示す。金属部は、46710個の三角形要素に分割し、窓部は、それぞれ、1550, 1006, 1006, 1006, 1006個の三角形要素に分割した。窓は、6枚あるが、窓要素としては、5個のみ必要であり、未知数としては、5自由度である。修正インダクタンス法の行列方程式を式(4.1)に示す。

$$\begin{bmatrix} L_{\text{body}}^* & M^* \\ M^* & L_{\text{ap}}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{\text{body}} \\ J_{\text{ap}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_0^* \\ \Phi_{\text{ap}0}^* \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

ただし、 $L_{\text{body}}^*$  は、金属部の擬似インダクタンス行列であり、 $M^*$  は、孔部と金属部間の擬相互インダクタンス行列であり、 $L_{\text{ap}}^*$  は、孔部の擬似インダクタンス行列であり、 $J_{\text{body}}$  は、金属部のループ電流であり、 $J_{\text{ap}}$  は、窓部のループ電流であり、 $\Phi_0^*$  は、LF送信アンテナが金属部に作る擬似磁束であり、 $\Phi_{\text{ap}0}^*$  は、LF送信アンテナが窓部に作る擬似磁束である。

行列方程式の大きさは、 $(46710 + 5) \times (46710 + 5)$  であり、17.5 GBの記憶容量を必要とする。行列方程式を解くため、図4.11(a)で色分けしたように自動車の前部、床面、ドア部、天井、窓をそれぞれのブロックとし、11616, 10264, 12086, 12744の要素をもつブロックと、窓の5自由度を持つブロックに分割し、ブロックガウスザイデル法[31]を適用した。ブロックガウスザイデルは、行列をブロック分割して、ガウスザイデル法を適用する方法で、主メモリが足りない場合は、ブロックに分割した行列をファイルI/Oを繰り返しながらブロック行列に対してガウスザイデル法を適用する方法である。ブロックガウスザイデル法の反復は、99回行った。

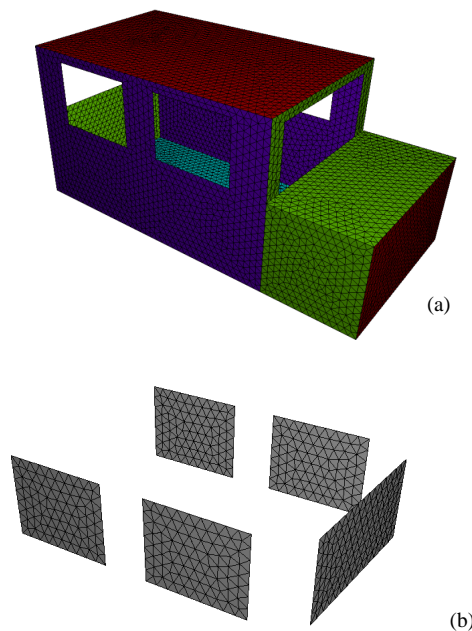


図4.11 (a) 三角要素に分割した金属部 (b) 三角要素に分割した窓部

式(4.1)の右辺であるLF送信アンテナが作成する擬似磁束については、磁気モーメント法[32,33]を用いて計算した。図4.12に示すように磁性体を192個の直方体に分割し、各直方体要素の磁化を

磁気モーメント法によって求めた．金属部と孔部の三角形要素の重心におけるコイルが作る磁界と，磁化が作る磁界を，ビオ・サバルの法則とクーロンの法則によって計算し，三角形要素の面積を掛け算することによって，式(4.1)の右辺である擬似磁束を計算した．

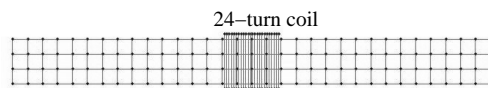


図 4.12 LF 送信アンテナのメッシュ分割図

## 4.2.4 検証結果

図4.13に、反復回数と残差の関係を示す。残差は、行列方程式を  $[A][x] = [b]$  としたときの、 $\frac{|[A][x]-[b]|}{|[b]|}$  として定義される。擬似インダクタンス行列は、対角優勢であり、ブロックガウスザイデル法に対して収束性のよい行列である。そのため、10反復あたり、-40dB程度で残差が減り、20反復程度で計算機誤差の限界にまで収束する。

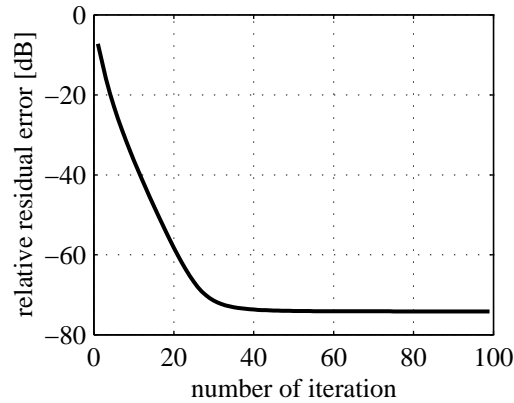


図 4.13 反復回数と残差の関係

計算時間は、行列生成に、OPTERON 2.5 GHz を用いて、27112秒かかった。行列生成の時間は、直接法でも、ブロックガウスザイデル法でもいずれも同等の計算時間を要する。

連立方程式を解く時間に関しては、ブロックガウスザイデル法の1反復あたりの計算時間が220秒であり、20反復で十分収束するため、 $220 \times 20 = 4400$ 秒である。それに対して、直接法を用いた場合、46715要素を持つ密行列の逆行列の計算時間を見積もると、67500秒かかるので、ブロックガウス法は極めて高速である。

図4.14-4.16に、それぞれの線上の測定結果(点)との解析結果(実線)の比較を示す。磁界のxyz各成分について比較を行った結果、10%以下の差で一致した。特にy成分に見られる窓位置( $y = 0.475$  m)における磁界の盛り上がり解析結果でも再現できている。

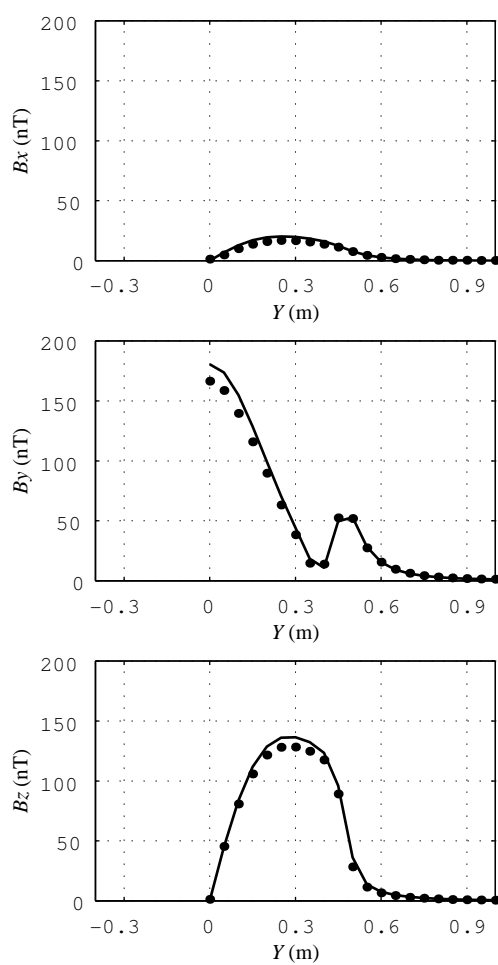


図 4.14 line 1 上の測定結果 (点) との解析結果 (実線) の比較



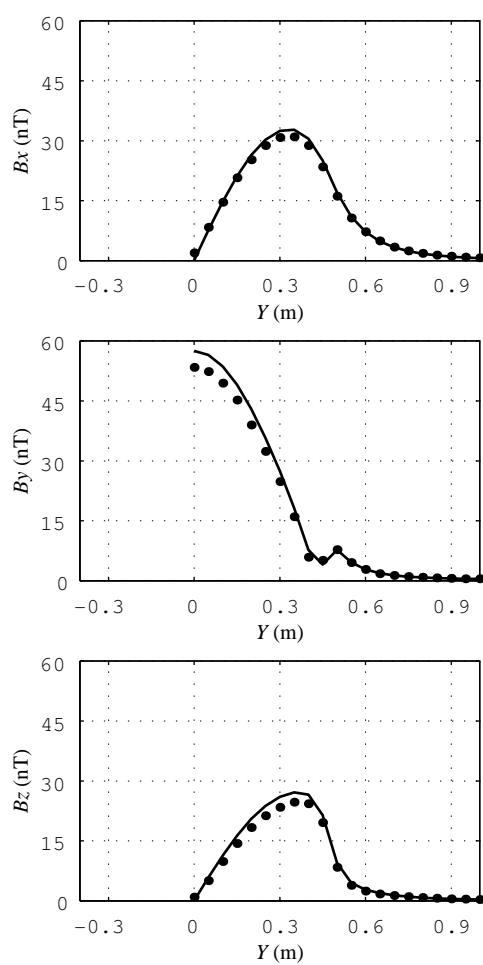


図 4.15 line 2 上の測定結果 (点) との解析結果 (実線) の比較

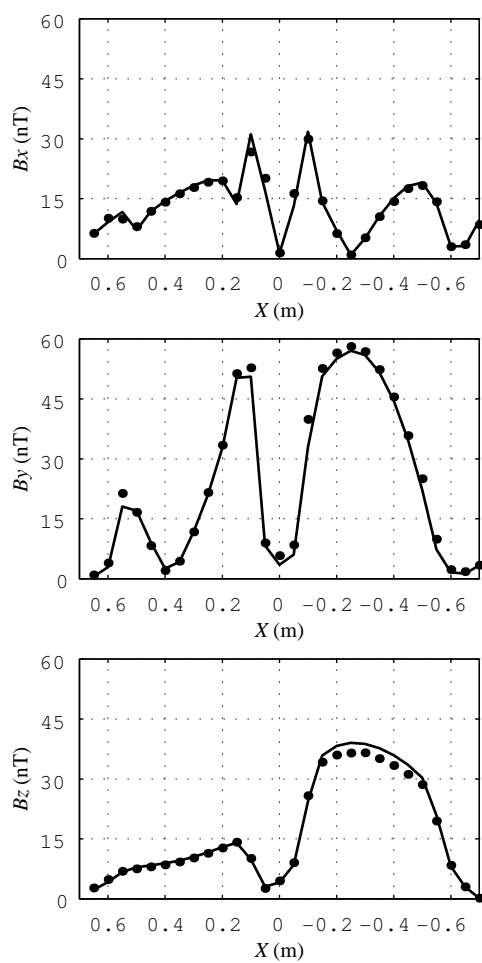


図 4.16 line 3 上の測定結果 (点) との解析結果 (実線) の比較

### 4.3 LF 送信アンテナレイアウトのインタラクティブ最適設計法

前節では、順問題として、修正インダクタンス法の検証を行った。本節では、LF 送信アンテナレイアウトの最適化設計のための方法について議論する [34]。

#### 4.3.1 LF 送信アンテナレイアウトのインタラクティブ最適設計アルゴリズム

順問題として修正インダクタンス法は、

$$[L][J] = [\Phi_0] \quad (4.2)$$

という行列方程式を解き、電流分布を

$$[J] = [L]^{-1}[\Phi_0] \quad (4.3)$$

として求めた。ただし、 $[L]$  は、擬似インダクタンス行列、 $[J]$  は、ループ電流、 $[\Phi_0]$  は、LF 送信アンテナが作る擬似磁束である。求まった電流分布より、ビオ・サバルの法則を適用することにより、

$$[B] = [b][J] + [B_0] \quad (4.4)$$

ただし、 $[B]$  は、観測点における磁界分布、 $[b]$  は、単位ループ電流が観測点に作る磁界、 $[B_0]$  は、LF 送信アンテナが観測点に作る磁界である。従来、LF 送信アンテナのレイアウト最適化を行うためには、上記ステップを、アンテナレイアウト毎に行い、最適レイアウトを決定する必要があった。

本研究では、上記の電流分布を計算するというステップをなくし、式 (4.5) と変形した。

$$[B] = [b][L]^{-1}[\Phi_0] + [B_0] \quad (4.5)$$

この変形を行うと、 $[\Phi_0]$  と、 $[B_0]$  のみが LF 送信アンテナのレイアウトに依存し、 $[b][L]^{-1}$  が自動車形状と観測点に依存することが分かる。従来、積分方程式法では、 $[L]^{-1}[\Phi_0]$  のように左から逆行列を演算することにより多くの計算時間をかけることが多いが、LF 送信アンテナレイアウト設計では、 $[A] = [b][L]^{-1}$  という項を求めることに多くの計算時間を使うことにした。

$[A]$  を用いて、式 (4.5) は、式 (4.6) と記述できる。

$$[B] = [A][\Phi_0] + [B_0] \quad (4.6)$$

$[A]$  を求めるには、十数時間以上の時間がかかるが、一端  $[A]$  が求まってしまえば、LF 送信レイアウトから、 $[\Phi_0]$  と、 $[B_0]$  を求める計算は数秒程度の計算であるため、アンテナレイアウト試行 1 回あたりの解析時間は極めて短くなり、結果として、インタラクティブなアンテナレイアウト設計が可能となる。実際の最適アンテナレイアウト設計は、評価すべき項目が複数あり単一の評価関数を決定することが困難である。したがって、アンテナレイアウト設計は、トライアンドエラーで行われることが通常であり、インタラクティブにトライアンドエラーが行えることは、アンテナレイアウト設計において重要である。

### 4.3.2 LF 送信アンテナレイアウトのインタラクティブ最適設計の適用例

自動車電子鍵システムにおいて、運転手席側と助手席側のドア部に取りつけられた LF 送信アンテナによって、車内外判定を行う。具体例を図 4.17 に示す。窓より、5 cm 高い  $Z = 0.55\text{m}$  の高さにおける、10 nT の磁界の等高線図を示している。青線が、運転席側の LF 送信アンテナが作る 10 nT の等高線であり、赤線は、助手席側の LF 送信アンテナが作る 10 nT の等高線である。青で囲まれた領域で通信が可能で、赤で囲まれた領域で通信が不可の場合は、電子鍵は、運転席側の外側にあると判別される。赤で囲まれた領域で通信が可能で、青で囲まれた領域の通信が不可の場合は、電子鍵は、助手席側の外側にあると判別される。赤で囲まれた領域と青で囲まれた領域の両方で通信が可能である場合には、電子鍵は、車内にあると判別される。

図 4.17 は、 $(X, Y, Z) = (-0.4, \pm 0.4, 0.35)\text{m}$  でコイル電流を 0.25 A とした場合のアンテナレイアウトが作る磁界分布である。運転席側のアンテナが作る磁界は、助手席側の窓から数 cm 程度しか漏れず、運転席側の車外で、30 cm 程度離れた位置まで検出できる。この意味では、良い分布となっているが、車内において後方部を検出できない。

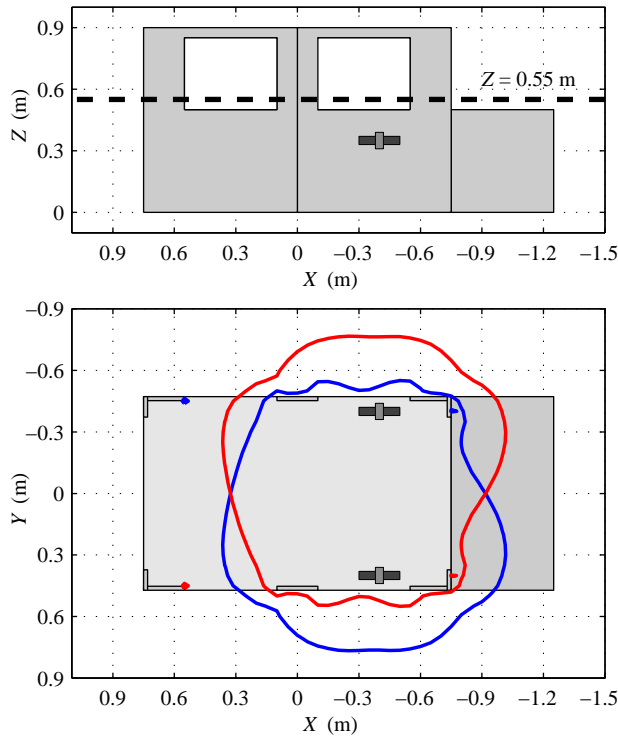


図 4.17 アンテナレイアウト例 のときの 10nT の磁界の等高線図

図 4.18 は、 $(X, Y, Z) = (-0.2, \pm 0.4, 0.35)\text{m}$  でコイル電流を 0.25 A とした場合のアンテナレイアウトが作る磁界分布である。運転席側のアンテナが作る磁界は、助手席側の窓から数 cm 程度しか漏れず、運転席側の車外で、30 cm 程度離れた位置まで検出できる。この意味では、良い分布となっているが、車内において後方部も検出できないエリアは比較的小さい。

図 4.19 は、 $(X, Y, Z) = (-0.1, \pm 0.4, 0.35)\text{m}$  でコイル電流を 0.25 A とした場合のアンテナレイアウトが作る磁界分布である。運転席側のアンテナが作る磁界は、助手席側の窓から数 cm 程度しか漏れて居ないが、運転席側の車外で、20 cm 程度離れた位置までしか検出できない。車内においては、全域をカバーできている。

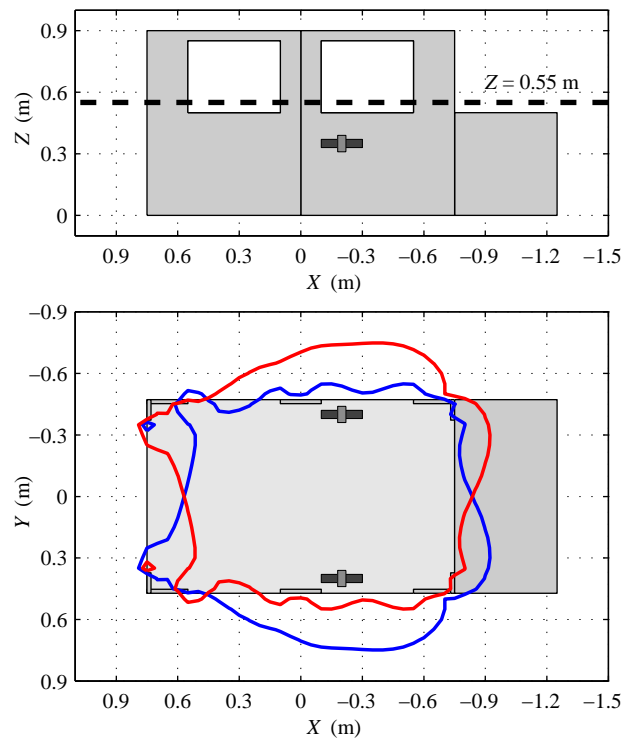


図 4.18 アンテナレイアウト例 のときの 10nT の磁界の等高線図

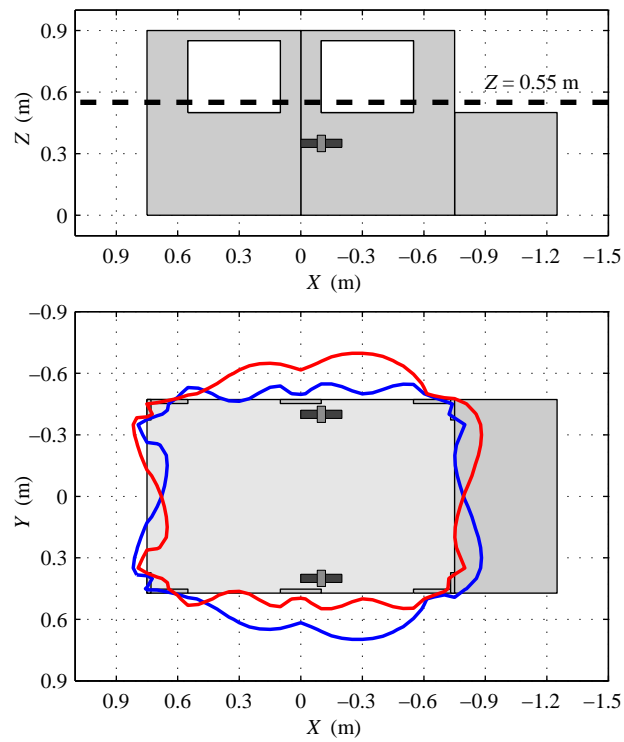


図 4.19 アンテナレイアウト例 のときの 10nT の磁界の等高線図

このように、求められる磁界分布には、トレードオフがあり、ある単一の評価関数を用いて評価することは困難である。各アンテナレイアウトを変更した解析は、それぞれ、数十秒で実行できる。アンテナレイアウトの最適化は、トライアンドエラーを必要であり、そのトライアンドエラーには、インタラクティブなアンテナ設計アルゴリズムが効果を発揮する。

#### 4.4 本章のまとめ

修正インダクタンス行列法の応用について論じた。検証用の簡易車モデルを作成し、測定結果と修正インダクタンス法の解析結果の比較・検証を行った。その結果、解析結果と測定結果は、10%の誤差精度以内で一致することが確認できた。LF 送信アンテナレイアウトをインタラクティブに設計できるアルゴリズムを提案し、LF 送信アンテナの最適レイアウト設計に活用できることを示した。





## 第 5 章

### 結論

過去の電磁界解析技術に於いては、理論上、本論文で扱う解析問題が存在し、幾つかの解析方法が提案されていた。近年、マイクロコンピュータ応用技術の延長線上に電子鍵システム等が提案され、本格的な実車レベルの解析が必須となった。E.Arvas 等の方法は実車の幾何学的形状へ依存する積分方程式系とアンテナ配置へ依存する放射磁界系解析を独立に可能とする。このため、過去提案された積分方程式系の解析法の一つである E.Arvas 等の方法へ着目した。しかしながら、E.Arvas 等の方法では、穴あき完全導体問題に対して解が一意的に決まらない問題点を見出し、この問題を解決する方途を Maxwell の第 1 方程式の積分形であるファラデーの法則の適用にある事を明らかにした。穴あき完全導体に対する積分方程式系解析法を 3 次元問題へ適用し、3 次元完全導体形状トポロジーと必要な孔要素の数の関係、すなわち、オイラー数問題を解明し、結果として、実車レベルで遭遇する一般的な 3 次元問題の解析法の一系統的定式化を確立した。

換言すれば、過去には実車レベルの解析が必要とされないため、完全な解析法が確立していない。このため、本論文では、LF 帯の磁界解析に特化した電磁界解析法を系統的定式化し、実車の設計に耐えうる一方途を確立した。

第 1 章では、本研究の背景と目的について論じた。近年、急速に普及しつつある近傍磁界通信と電磁界解析法の動向について論じ、LF 近傍磁界の解析方法の必要性を論じた。

第 2 章では、インダクタンス行列法の理論について論じた。孔が存在する場合には、ファラデーの法則を必要とすることを示し、その問題を統一的に解決する手段として、インダクタンス法を提案した。

第 3 章では、第 2 章で提案したインダクタンス行列法を 3 次元に拡張した。孔が存在する場合のトポロジーと必要な条件式の関係式の関係について述べ、修正インダクタンス法を提案した。

第 4 章では、修正インダクタンス行列法の検証について論じた。第 3 章で提案した修正インダクタンス法を、球状散乱モデルや軸対象なモデルを中心に解析解や有限要素法の解析結果と比較し、方法の妥当性を検証した。

第 5 章では、修正インダクタンス行列法の応用について論じた。検証用の簡易車モデルを作成し、測定結果と修正インダクタンス法の解析結果の比較・検証を行った。さらに、LF 送信アンテナレイアウト最適化のための、計算方法を提案し、簡易車モデルにおける最適アンテナレイアウトを決定した。

今後は、本手法を実自動車における電子鍵システムの設計に用い、机上検討での LF 送信アンテナレイアウトに適用する予定である。



## 謝辞

本論文は，筆者が三菱電機株式会社 先端技術総合研究所 所属中に，研究を行った成果をまとめたものである．

いろいろと不備が多かった本研究を論文を仕上げるにあたって，ご指導頂いた法政大学工学部 システムデザイン学科齋藤兆古教授に，心から感謝いたします．

本論文の審査にあたり，法政大学工学部 工学部 システムデザイン学科 岩月正見教授，法政大学工学部 システムデザイン学科 田中豊教授 に貴重な御指示，御助言を賜りました．ここに，深く感謝の意を表します．

本研究を遂行するにあたって技術的な議論をして頂いた三菱電機株式会社 姫路製作所 山本 博明氏と，元三菱電機株式会社 先端技術総合研究所 依田潔 博士に，この場を借りて御礼申し上げます．



## 参考文献

- [1] M. Hirano, M. Takeuchi, T. Tomoda, K.-I. Nakano, "Keyless entry system with radio card transponder [automobiles]," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 35, no. 2, pp. 208-216, May. 1988.
- [2] H. Tsukahara, M. Hirano, "Numerical analysis of electromagnetic fields around vehicles", 1990 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, 1990, Symposium Record, pp. 567-571.
- [3] R. Abou-Jaoude, E. K. Walton, "Numerical modeling of on-glass conformal automobile antennas," *IEEE Trans. on Antennas and Propagat.*, vol. 46, no. 6, pp. 845-852, Jun. 1998.
- [4] Y. Shiraki, K. Sugahara, S. Tanabe, K. Nakamoto, T. Watanabe, "Electromagnetic field distribution inside an automobile vehicle", 2003 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, vol. 2, pp. 730-734. Aug. 2003.
- [5] G. E. Moore, "Cramming more components onto integrated circuits", *Electronics Magazine*, April 1965.
- [6] 後藤憲一・山崎修一郎 共編, 詳解 電磁気学演習, 共立出版, 1970.
- [7] 電気学会, 計算電磁気学, 培風館, 2003.
- [8] 五十嵐 一, 亀有 昭久, 山下 榮吉, 加川 幸雄, 西口 磯春, アラン ボサビ, 新しい計算電磁気学 = 基礎と数理, 培風館, 2003.
- [9] 山下 榮吉, 電磁波問題解析の実際, 電子情報通信学会, 1993.
- [10] 山下 榮吉, マイクロ波シミュレータの基礎, 電子情報通信学会, 2004.
- [11] 中田 高義, 高橋 則雄, 電気工学の有限要素法, 森北出版, 1986.
- [12] 高橋 則雄, 三次元有限要素法 磁界解析技術の基礎, 電気学会, 2006.
- [13] A. Taflov, S. C. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method 3rd ed.*, Norwood, MA: Artech House, 1995.
- [14] 宇野 亨, FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析, コロナ社, 1998.
- [15] R. F. Harrington, *Field Computation by Moments Methods.*, New York, Macmillan, 1968.
- [16] J. J. Wang, *Generalized Moment Methods in Electromagnetics: Formulation and Computer Solution of Integral Equations.*, New York, Wiley-Interscience, 1991

- [17] J. L. Volakis, A. Chatterjee, L. C. Kempf, *Finite Element Method for Electromagnetics: Antennas, Microwave Circuits, and Scattering Applications.*, New York, IEEE Press, 1998.
- [18] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields.*, New York, IEEE Press, 2001.
- [19] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John Wiley and Sons, 1999.
- [20] G. J. Burke and A. J. Poggio, "Numerical electromagnetic code (NEC) - method of moments," in Technical Document 116. San Diego: Naval Ocean Systems Center, 1981.
- [21] S. M. Rao, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," *IEEE Trans. on Antennas and Propagat.*, vol. AP-30, no. 3, pp. 409-418, May 1982.
- [22] Makarov, Sergey N. *Antenna and EM modeling with MATLAB.*, Wiley-Interscience, 2002.
- [23] D. R. Wilton, and A. W. Glisson, "On improving the electric field integral equation at low frequencies," in *URSI Radio Science Meeting Digenst*, Los Angeles, CA, 1981, p.24.
- [24] A. J. Poggio, and E. K. Miller, *Integral equation solutions of three-dimensional scattering problems.*, Oxford and New York, Pergamon Press, 1973, p. 159-264.
- [25] E. Arvas, R. F. Harrington, and J. R. Mautz, "Radiation and scattering from electrically small conducting bodies of arbitrary shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-34, no. 1, pp. 66-77, 1986.
- [26] K. Sugahara, and K. Yoda, "Numerical analysis of low-frequency electromagnetic scattering from axially symmetric bodies using an inductance matrix," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 42, no. 5, pp. 1555-1559, May 2006.
- [27] K. Sugahara, and K. Yoda, "Numerical analysis of low-frequency electromagnetic scattering from three dimensional arbitrarily-shaped conducting bodies using an inductance matrix," *IEEE Trans. on Antennas and Propag.*, vol. 54, no. 12, pp. 3833-3839, Dec. 2006.
- [28] K. Sugahara, and K. Yoda, "Homogeneous solution of a boundary integral equation  $B_n = 0$  on a perfect conductor," *Applied Electromagnetic and Mechanics.*, 投稿中.
- [29] 小野寺力男, *グラフ理論の基礎*, 森北出版, 1968.
- [30] 小野寺力男, *グラフ理論の展開と応用*, 森北出版, 1973.
- [31] W. Hackbusch, *Iterative Solution of Large Sparse Systems of Equations.*, New York: Springer-Verlag, 1994.
- [32] O. Chadebec, J-L Coulomb, F. Janet, "A review of magnetostatic moment method," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 42, no. 4, pp. 515-520, Apr. 2006.
- [33] Y. Takahashi, S. Wakao, and A. Kameari, "Large-scale and highly accurate magnetic field analysis of magnetic shield," *Journal of Applied Physics*, vol. 99, no. 08H904, pp. 1-3, Apr. 2006.

- 
- [34] K. Sugahara, H. Yamamoto, Y. Nakano, and H. Ouchi, "Numerical analysis of near-field magnetic field for automobile electronic key systems," *IEEE Trans. on Magn.*, 論文受理.





# 研究業績一覧

## 学術論文（査読付）

1. K. Sugahara, and K. Yoda, “Numerical analysis of low-frequency electromagnetic scattering from axially symmetric bodies using an inductance matrix,” *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 42, no. 5, pp. 1555-1559, May. 2006.
2. K. Sugahara, and K. Yoda, “Numerical analysis of low-frequency electromagnetic scattering from three dimensional arbitrarily-shaped conducting bodies using an inductance matrix,” *IEEE Trans. on Antennas and Propag.*, vol. 54, no. 12, pp. 3833-3839, Dec. 2006.
3. K. Sugahara, and K. Yoda, “Homogeneous solution of a boundary integral equation  $B_n = 0$  on a perfect conductor,” *Applied Electromagnetic and Mechanics.*, 投稿中.
4. K. Sugahara, H. Yamamoto, Y. Nakano, and H. Ouchi, “Numerical analysis of near-field magnetic field for automobile electronic key systems,” *IEEE Trans. on Magn.*, 論文受理.
5. K. Sugahara, S. Tanabe, and M. Yamaguchi, “Frequency-independent equivalent circuit model for ferromagnetic RF integrated inductors,” *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 41, no. 1, pp. 3529-3531, Oct. 2005.
6. K. Sugahara, “Investigation of a boundary integral equation  $n \times H = Js$  on torus-shaped perfect conductors,” *IEEE Trans. on Antennas and Propag.*, 論文受理.
7. A. Konrad, S. Tanabe, R. Jafari, K. Sugahara, and M. Yamaguchi, “Gigahertz frequency band inductors with magnetic films and gigahertz circuit analysis including inductance,” *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 39, no. 5, pp. 3079-3084, Sep. 2003.
8. 白木康博, 菅原賢悟, 田邊信二, 渡辺哲司, 中本勝也, “FM ラジオ帯における連携解析を用いた自動車車室内の電磁界分布の検討及び EMI 設計への応用,” 信学論 B, vol. J88-B, no. 7, pp. 1319-1328, 2005.
9. 白木康博, 菅原賢悟, 村田雄一郎, 西慎矢, “最適化手法による多層プリント回路基板中に用いるビアの等価回路解析,” 信学論 C, vol. J89-C, no. 12, pp. 1110-1119, 2006.

## 国際学会発表論文（査読付）

1. K. Sugahara, S. Tanabe, and M. Yamaguchi, “Frequency-independent equivalent circuit model for ferromagnetic RF integrated inductors,” *IEEE Magnetics Conference, INTERMAG Asia 2005*.

2. K. Sugahara, and K. Yoda, “Low-frequency electromagnetic scattering from a perfectly conducting scatterer with apertures using a T-Omega finite element method,” *IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation* , CEFC 2006.
3. Y. Shiraki, K. Sugahara, S. Tanabe, K. Nakamoto, and T. Watanabe, “Electromagnetic field distribution inside an automobile vehicle,” *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 2003, pp.730-734.

## 付録 A

### 直線電流が作る磁界

図 A.1 に示すように有限長の長さの直線上導線に  $r_1$  から  $r_2$  の方向に電流  $I$  が流れているとき、観測点  $R$  における磁界  $H$  を求める。

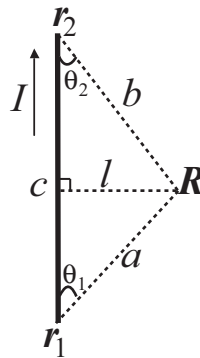


図 A.1 有限長直線状電流の図

磁界  $H$  の向きは、直線上電流と垂直な向きであるので、

$$\mathbf{H} = H \frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times \mathbf{l}}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| \cdot |\mathbf{l}|} \quad (\text{A.1})$$

と書ける。直線電流上の微小要素  $I ds$  が作る磁界  $dH$  は、

$$dH = \frac{I ds \sin \theta}{4\pi r^2} = \frac{I}{4\pi l} \sin \theta d\theta \quad (\text{A.2})$$

で与えられる。線積分を実行すると

$$\begin{aligned} H &= \frac{I}{4\pi l} \int_{\theta_2}^{\pi-\theta_1} \sin \theta d\theta \\ &= \frac{I}{4\pi l} [-\cos \theta]_{\theta_2}^{\pi-\theta_1} \\ &= \frac{I}{4\pi l} [\cos \theta_1 + \cos \theta_2] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

式 (A.3) が得られる。

## 付録 B

### 右逆行列に対するブロックガウスザイデル法

$[A] = [b][L]^{-1}$  の計算のように、右から逆行列を演算する場合にもブロックガウスザイデル法は、適用可能である。通常のブロックガウスザイデル法同様に、ブロック分割を行う。

$$\begin{bmatrix} [A_1] \\ \vdots \\ [A_N] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [b_1] \\ \vdots \\ [b_N] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [L_{11}] & \cdots & [L_{1N}] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [L_{N1}] & \cdots & [L_{NN}] \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{B.1})$$

$[A_n^k]$  を  $n$  番目のブロックの  $k$  番目の反復解とし、反復を無限回繰り返すと、真の解に収束するものとする。

$$[A_n^\infty] = [A_n] \quad (\text{B.2})$$

反復の初期解として、 $[A_n^0] = [b_n][L_{nn}]^{-1}$  を用いる。反復式として、式 (B.3) を用いる。

$$[A_n^{k+1}] = \left\{ [b_n] - \sum_{n \neq m} [A_m^k] [L_{mn}] \right\} [L_{nn}]^{-1} \quad (\text{B.3})$$

反復を十分繰り返して、 $[A_n^{k+1}] \approx [A_m^k]$  に収束したとすると、

$$\begin{aligned} [A_n^k] &= \left\{ [b_n] - \sum_{n \neq m} [A_m^k] [L_{mn}] \right\} [L_{nn}]^{-1} \\ [A_n^k] [L_{nn}] &= \left\{ [b_n] - \sum_{n \neq m} [A_m^k] [L_{mn}] \right\} \\ \sum_m [A_m^k] [L_{mn}] &= [b_n] \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

となり、 $[A_m^k]$  は、 $[A] = [b][L]^{-1}$  の解となっている。

ブロックガウスザイデル法の収束条件は、 $[L]$  が対角優勢であることであるが、修正インダクタンス法の場合、インダクタンス行列は物理的要請から、対角優勢となるため通常問題なく収束する。