GVSPM 法による 3 次元電流分布の可視化

穴吹　幸彦○，早野　誠治，齋藤　兆古(法政大学院)

堀井　清之(白百合女子大学)

Three Dimensional Current Visualization by GVSPM Method

Yukihiko ANABUKI○, Seiji HAYANO, Yoshifuru SAITO and Kiyoshi HAYANO

ABSTRACT

In recent years, faulty operation by mutual interference among electric and electronic devices has become a social problem, which is occurred by widely spreading in use of the personal computers and cellular phones. This is a typical EMC(Electromagnetic Compatibility) problem. The electromagnetic field visualization in the electronic devices is of paramount importance to checking up the EMC problem for developing and designing the modern electronic devices. We have studied the visualization of the current distributions from the locally measured magnetic fields. In order to visualize the current distributions, it is intrinsically reduced into solving an ill-posed inverse problem. In this paper, we carried out the estimation of the three-dimensional current vector distributions with GVSPM method of inverse problem from the locally measured six two-dimensional magnetic fields around the square cubic box.

Keywords: EMC, Electromagnetic field visualization, GVSPM method of inverse problem

1．緒　論

立方体内の電流分布を推定することは，現代の電気・電子機器内の故障探査や，EMC 問題の検査をする上で最も重要なことである[1,2]．また，現代の電気・電子機器はほぼ完全な密閉構造をしており，その内部を調べるには機器そのものを破壊，分解しなくてはならない．機器を分解せずに，立方体内の電流分布を推定するためには，本質的には逆問題を解くことになる．なぜならば，電気・電子機器周辺から放射される磁界の全てを測定することは不可能であり，局所的に測定された磁界から磁界源である電流分布を計算しなければならないからである．

多くの逆問題は，$\mathbf{Y} = C\mathbf{X}$ という不適切な線形システム方程式の解として解かれる．ここで，Y は n 次の測定された電磁界ベクトル，X は m 次の電磁界源ベクトル，そして C は n 行 m 列のシステム行列であり，電磁界と電磁界源の関係を表すグリーン関数で構成されている．多くの場合，未知数の数 m の方が既知である数 n よりもはるかに多い．このように，立方体内の電流分布を推定することは，不適切な線形システム方程式 $\mathbf{Y} = C\mathbf{X}$ を解くことに帰する．

本論文では，立方体の 6 面で局所的に測定された 2 次元平面上の磁界分布全てを連立した線形システムの解として立方体各面に平行な 2 次元断面の電流分布を計算し，得られた 2 次元電流をベクトル的に合成して準 3 次元電流ベクトルを可視化する．立方体 6 面上で測定される磁界分布から立方体各面に平行な 2 次元断面の電流分布を求める問題は不適切な線形システムを解くことに帰する．この不適切な線形システム方程式のソルバーとして一般化ベクトルサンプルドパターンマッチング法(Generalized Vector Sampled Pattern Matching Method,以下 GVSPM 法と略記)を採用する[3]．

2．GVSPM 法

2.1　不適切な線形システム方程式

式(1)で与えられる一般的な線形システム方程式を考える．

$$\mathbf{Y} = C\mathbf{X}, \tag{1}$$

ここで，Yはn次の入力ベクトル，Xは m 次の解ベクトル，そして C はn行m列のシステム行列であり，多くの場合 $m > n$ である．式(1)は式(2)のように書き直すことも可能である．

$$\mathbf{Y} = \sum_{i=1}^{m} x_i \mathbf{C_i},$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & . & x_m \end{bmatrix}^T, \; C = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 & . & \mathbf{C}_m \end{bmatrix} \tag{2}$$

さらに式(2)の両辺を入力ベクトルと列ベクトル，それぞれのノルムで正規化して式(3)を得る．

$$\frac{\mathbf{Y}}{|\mathbf{Y}|}=\sum_{i=1}^{m} x_i \frac{|\mathbf{C}_i|}{|\mathbf{Y}|}\frac{\mathbf{C}_i}{|\mathbf{C}_i|} \quad \text{or} \quad \mathbf{Y}'=C'\mathbf{X}' \tag{3}$$

2.2 評価関数

式(2)は入力ベクトル$\mathbf{Y}$が必ずシステム行列の列ベクトル$\mathrm{C_i}$の線形結合で与えられることを意味する．したがって，k回目の反復解$C\mathbf{X}^{(k)}$と入力ベクトル$\mathbf{Y}$間の角度の余弦成分

$$f\left(\mathbf{X}^{(k)}\right)=\frac{\mathbf{Y}}{|\mathbf{Y}|}\bullet\frac{C\mathbf{X}^{(k)}}{\left|C\mathbf{X}^{(k)}\right|}=\mathbf{Y}'\bullet\frac{C'\mathbf{X}'^{(k)}}{\left|C'\mathbf{X}'^{(k)}\right|}\to 1 \tag{4}$$

となる解ベクトル$\mathbf{X}^{(k)}$を得る．反復計算の初期値を $\mathbf{X}'^{(0)}$ とすると式(5)を得る．

$$\mathbf{X}'^{(0)}=C'^{T}\,\mathbf{Y}' \tag{5}$$

反復計算の初期値 $\mathbf{X}'^{(0)}$ が式(5)で与えられるとすると，正規化された入力ベクトル $\mathbf{Y}'$ の第一次偏差 $\Delta\mathbf{Y}'^{(1)}$は

$$\Delta\mathbf{Y}'^{(1)}=\mathbf{Y}'-\frac{C'\mathbf{X}'^{(0)}}{\left|C'\mathbf{X}'^{(0)}\right|} \tag{6}$$

となる．したがって，k回目の解ベクトル $\mathbf{X}'^{(k)}$ は式(7)で与えられる．

$$\begin{aligned}\mathbf{X}'^{(k)}&=\mathbf{X}'^{(k-1)}+C'^{T}\ \Delta\mathbf{Y}'^{(k-1)}\\&=C'^{T}\ \mathbf{Y}'+\left(I_m-\frac{C'^{T}\ C'}{\left|C'\mathbf{X}'^{(k-1)}\right|}\right)\mathbf{X}'^{(k-1)}\end{aligned} \tag{7}$$

2.3 収束条件

式(7)で解が収束する条件は状態遷移行列S

$$\begin{aligned}S&=I_m-\frac{C'^{T}\ C'}{\left|C'\mathbf{X}'^{(k-1)}\right|}=I_m-\frac{C'^{T}\ C'}{\left|\mathbf{Y}'^{(k-1)}\right|}\\&=I_m-C'^{T}\ C'\end{aligned} \tag{8}$$

の最大固有値が1より小さいことである．行列Sの固有値をλとすると式(9)を得る．

$$|\lambda\, I_m-S|=\begin{vmatrix}\lambda & \varepsilon_{12} & . & \varepsilon_{1m}\\ \varepsilon_{21} & \lambda & . & \varepsilon_{2m}\\ . & . & . & .\\ \varepsilon_{m1} & \varepsilon_{m2} & . & \lambda\end{vmatrix}=0 \tag{9}$$

ここでε_{ij}は$C'^{T}\ C'$の性質から必ず大きさが1未満である．

$$\left|\varepsilon_{ij}\right|<1,\ i=1,2,\ldots,m,\qquad j=1,2,\ldots,m. \tag{10}$$

固有値 λ は式(9)を満たすが，仮に$|\lambda|>1$ とすれば$|\varepsilon_{ij}|<1$ からこの行列式の各列ベクトルは必ず 1 次独立になり行列式の値は零になり得ない．これは矛盾なので$|\lambda|<1$となる．このため，式(9)の条件は常に成り立ち式(7)は絶対に安定な反復解を与える．これは，状態遷移行列 Sの最大絶対値を持つ対角要素が近似的に最大固有値に等しいためである．

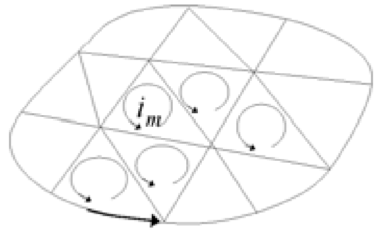


Fig. 1 Closed-loop Currents in the Target Region

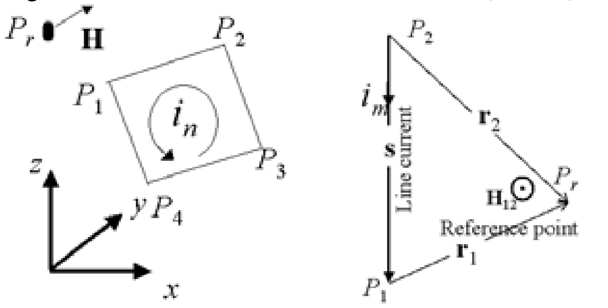


Fig. 2 Rectangular Loop Current Element. Left: Four Line Currents Representing Rectangular Loop Current. Right: Calculation of Magnetic Field Caused by the Line Current from P_2 to P_1

3．四角形ループ電流モデル

磁界源推定問題を考える上で，電流が存在するとする対象領域を Fig.1 のように離散化する．この離散化された個々の領域に閉ループ電流を考える．

ここでは，対象領域を四角形で離散化することを考える．点 P_2から点 P_1に流れる線電流によって生じる磁界 H_{12}を Fig.2 に示す．磁界 H_{12}はビオサバールの法則によって得られる．すなわち，式(11)が電流と磁界の関係を与える．

$$\mathbf{H}_{12}=\frac{i_m}{4\pi\left|\mathbf{s}\times\mathbf{r}_2\right|^2}\left(\frac{\mathbf{r}_2\bullet\mathbf{s}}{\left|\mathbf{r}_2\right|}-\frac{\mathbf{r}_1\bullet\mathbf{s}}{\left|\mathbf{r}_1\right|}\right)\mathbf{s}\times\mathbf{r}_2 \tag{11}$$

ここで $\mathbf{r}_1$と $\mathbf{r}_2$はそれぞれ点 P_1と点 P_2から点 P_rへのベクトルである．さらに，$\mathbf{s}$ は電流の方向を示す単位ベクトルである．四角形要素を考える場合，４個の線電流がそれぞれ磁界源となる．それ故，点 P_rにおける全体の磁界 H は４個の線電流の重ねあわせで得られる．すなわち，

$$\mathbf{H}=\mathbf{H}_{12}+\mathbf{H}_{23}+\mathbf{H}_{34}+\mathbf{H}_{41} \tag{12}$$

ここで H_{23}と H_{34}と H_{41}はそれぞれ P_3->P_2，P_4->P_3と P_1->P_4の線電流から生じる磁界を示す．すなわち，式(12)は同じ式で表される[4].

4．3 次元電流分布推定

4.1 シミュレーション

Fig.3 のように縦，横，高さをそれぞれ 10cm とする

立方体を考える．シミュレーションによる電流分布をFig.4 のように設定し，この電流分布から四角形ループ

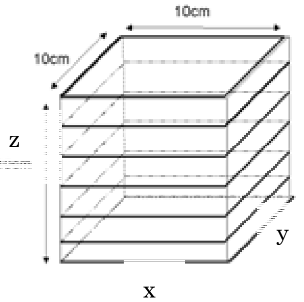


Fig.3 Square Cubic Box Model

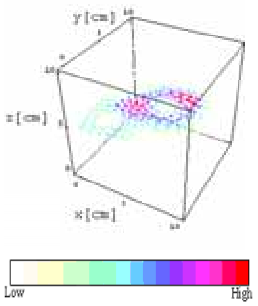


Fig.4 Correct Current Distribution

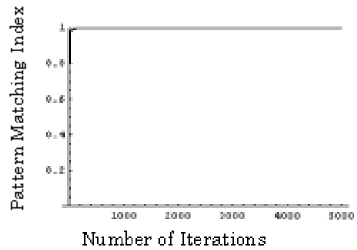


Fig. 5 Convergent Process of the GVSPM Objective Function (PMI) in (4)

電流モデルを用いて立方体の 6 側面に垂直方向の磁界をそれぞれ計算する．

磁界の測定点数は 1 面で 10×10=100 点，全体で 6×100=600 点とする．Fig.3 のように立法体内を xy 方向の 2 次元平面に分割し，それぞれの平面に対して得られた磁界を全て連立して電流分布を計算する．同様にして xz 平面と yz 平面についても電流分布を求める．

ここで，GVSPM 法の収束性に注目する．GVSPM 法で，評価関数は式(4)となり(これをパターンマッチング指数と呼ぶ，Pattern Matching Index,以下 PMI と略記)，この PMI が解の妥当性に対する評価基準になる(5．すなわち，PMI が 1 に近ければ解は高い信頼性を有する．このことから，PMI を解に対する重みとして用いることを考える．PMI が 0.95 以下の解には PMI 値の 100 分の 1 を重みとする．PMI の例として，立方体を xy 平面で 15 分割したときの中心(下から 8 番目)の平面に関して電流分布を求めた場合の PMI を Fig.5 に示す．Fig.5 で、反復回数(同図横軸)は 5000 回とした．

最後にこれらの直交する 3 平面で解いた電流ベクトルを合成し 3 次元電流ベクトル分布を得る． Fig.6 に互いに直交する 3 面で得られた電流ベクトル分布と全てを合成して得られた結果を示す．電流分布の推定点数は 1 面につき 15×15=225 点とし，立方体内を 15 面に分割したので 15×225=3375 点である．

4.2 実験

Fig.7 に示すように，励磁コイルとして 50 回巻きの有限長ソレノイドコイルを採用し，これに周波数 10kHz の電流を 0. 02A 通電した. 縦, 横, 高さがそれぞれ 10cm の立方体中に励磁コイルを設置し，立方体の 6 面，それぞれへ垂直方向の磁界分布を縦・横 10×10=100 点で測定した．拠って，全体の磁界測定点数は 6×10×10=600 点である．Fig.8 に立方体 6 面，それぞれで測定された磁界分布を示す．シミュレーションと同様にこれらの磁界を連立し,xy 平面,xz 平面,yz 平面に平行な面の電流分布を，GVSPM 法を用いて推定する．シミュレーション同様に PMI を解の重みとする。ここでも，GVSPM 法によって得られた解に対して PMI を重みとする．PMI の収束例を Fig.9 に示す. 反復回数(同図横軸)は 100000 回とした．ミュレーションの場合と同様にして計算された結果を Fig.10 に示す.

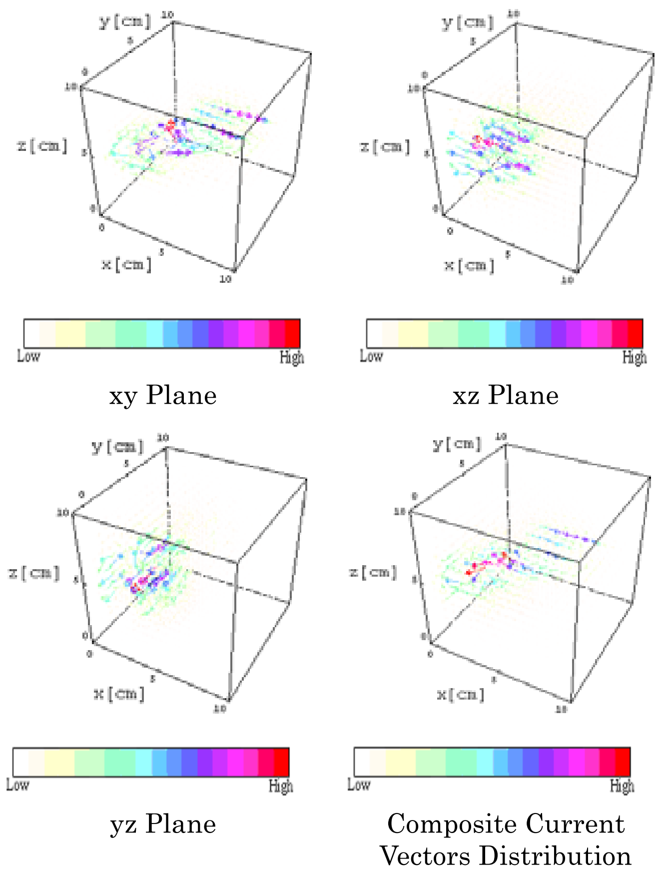


Fig.6 Simulated Results by the GVSPM Method

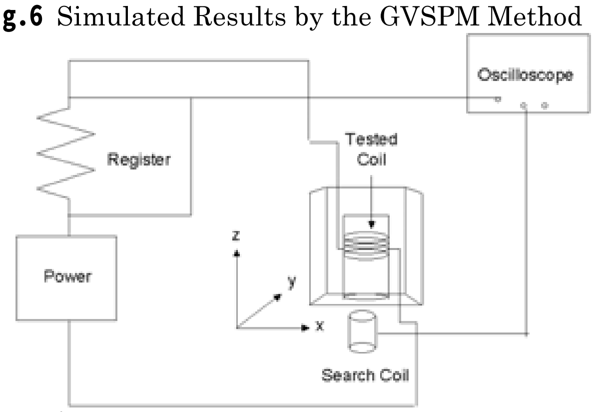
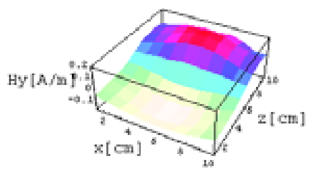
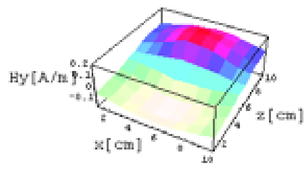


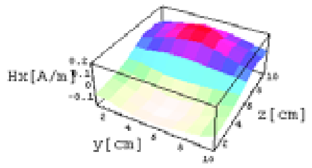
Fig.7 Schematic Diagram of Experiment



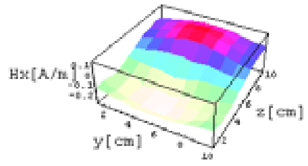
Back



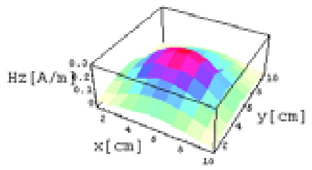
Front



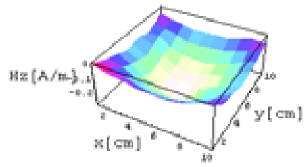
Left



Right

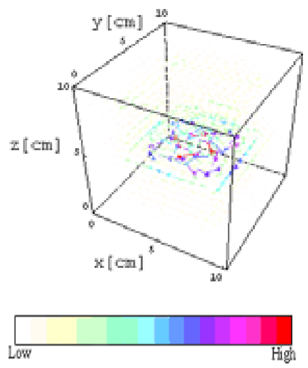


Top

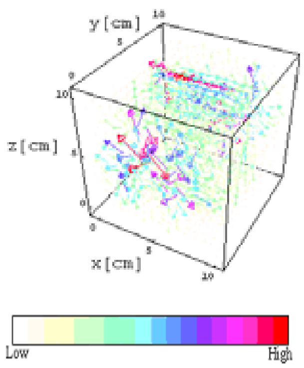


Bottom

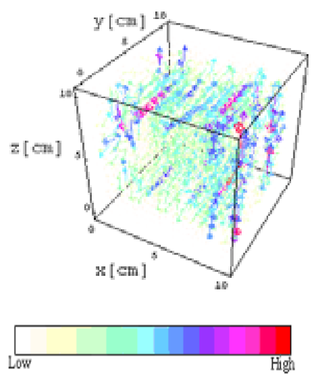
Fig.8 Magnetic Field Distributions at each of the Different Measured Planes



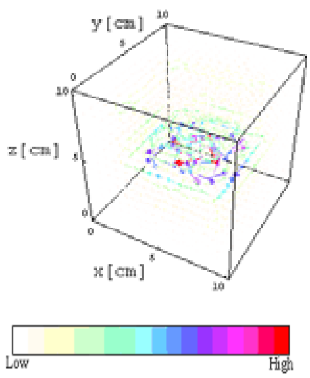
xy Plane



xz Plane



yz Plane



Composite Current Vectors Distribution

Fig.10 Computed Results by the GVSPM Method

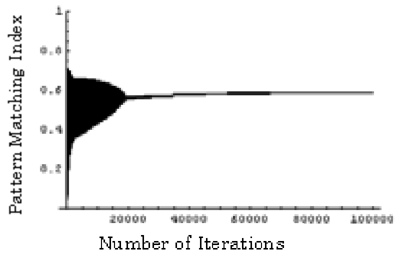


Fig. 9 Convergent Process of the GVSPM Objective Function (PMI) in (4)　図９の順番がおかしいです。訂正して下さい。

5．まとめ

本論文では電流分布モデルとして，完全に空間を埋め尽くす四角形ループ電流モデルを採用した．線形システム方程式のソルバーとして GVSPM 法を用いた．立法体内の 3 次元電流分布を推定するため，立方体内を直交する 3 平面(xy,xz,yz 平面)に平行な 2 次元平面に分割し，立方体表面に垂直方向磁界から面に平行な 2 次元平面の電流分布を求めた．直交する各面の電流ベクトル分布を PMI を重みとして合成し，3 次元電流ベクトル分布を得た．その結果，以下の 2 点が明らかとなった．

1) シミュレーションでは、測定磁界にノイズを含まないため、PIM はほぼ 1 に収束し，PMI を重みとすることで比較的良好に 3 次元電流ベクトル分布が可視化された．
2) 実際の実験では、磁界に含まれるノイズのため、PIM は反復回数を 100000 回としたが 1 に収束しなかった．しかし、PMI を重みとして採用することで収束性の悪い解の影響を削減できた。

参 考 文 献

1) T.Doi, S.Hayano and Y.Saito," Magnetic field distribution caused by a notebook computer and its source searching ," Journal of Applied Physics,Vol.79, No.8, April, (1996),pp.5214-5216.
2) Y.Midorikawa, J.Ogawa, T.Doi, S.Hayano and Y.Saito," Inverse analysis for magnetic field source searching in thin film conductor," IEEE Transaction on Magnetics, Vol.MAG-33, No.5, Sep, (1997), pp.4008-4010.
3) 関島大志郎，宮原晋一郎，早野誠治，斎藤兆古：「準 3 次元電流分布推定法に関する研究」,電気学会論文誌 A，120-A, 907 (2000).
4) Hisashi Endo, Toshiyuki Takagi, and Yoshifuru Saito, "A New Current Dipole Model Satisfying Current Continuity for Inverse Magnetic Field Source Problems," CEFC1306, Jun, (2004).
5) 武居昌宏，李輝，越智光昭，齋藤兆古，堀井清之：サンプルドパターン・マッチング法による固気二層流 CT 画像の再構成，可視化情報学会論文集，Vol.22,No.9 (2002)pp.71-78.