第 51 回自動制御連合講演会
2008 年 11 月 22 日，23 日　山形大学工学部

1/f ゆらぎと複雑系に関する考察

○齊籐兆古　　宮坂総　　菅井桂子（法政大学）

Study of 1/f Fluctuation Frequency and Complex System

* Y.Saito, S.Miyasaka and K.Sugai (Hosei University)

Abstract－　Based the Newton mechanics and continuous mathematics, recent engineering sciences have developed various tools for modern human society such as high speed traffic/transport, high quality consumer electronics, intelligent housing and enormous information network systems. One of the most effective methodologies for next generation of the engineering sciences may be a nonlinear complex system methodology, because the human is one of the complex systems. This paper describes an extracting method of the 1/f fluctuation frequencies intrinsically accompanying non-linear physical system operation such as non-life being, life-being and self-driven particle systems.

Key Words:　1/f fluctuation frequency, Complex system

1　まえがき

21世紀の今日まで、人類の科学技術は、主としてニュートン力学と古典解析学を武器として、極めて多岐に渡る多くの文明の利器を提供した．特に、20世紀末に開発され爆発的な普及を遂げたコンピュータは、IT関連産業を喚起し、その結果、あらゆる業種の在り方へ広汎な影響を与えた．コンピュータは従来型プロダクトのインテリジェント化や多機能化を可能としただけで無く、新しい科学技術の方法論を与えんとしている．すなわち、人間の物理的機能の強化のみならず脳機能の補完や情緒・精神面を勘案したプロダクト開発のキーとなる非線形な複雑系の解析を可能とする．

筆者等は、家庭電化に伴う直火を使わない生活空間が人間に与える影響を調べるため、燃焼現象に伴う炎の1/f揺らぎ周波数解析を行い、これを基点として、化学反応などの非生物系における1/fゆらぎ[1]、人間の情緒・精神活動に伴う1/fゆらぎ[2]、さらに磁性体の磁区挙動の1/fゆらぎ[3]などを解明した．1/fゆらぎは非線形な複雑系で観察される周波数特性であり、非線形現象の代表的な特徴である．非線形系は従来の線形系と比べて現実の物理系を忠実に表現可能とするのみならず、人間の感性、例えば癒し(healing)効果などがあるとされている．すなわち、非線形な複雑系は、従来の単純なヒューマン・インターフェイスと一線を画する人間の感性を前提とした機械と人間のインターフェイス構築の基幹となる一方法を提供する．

複雑系をシミュレーションするには系のマクロ的振る舞いを現す支配方程式を解くことによるトップダウン型と系を構成する局所部分の振る舞いを積み上げて系全体の振る舞いを表現するボトムアップ型がある．前者は古典的な解析手法の拡張であり、後者はコンピュータを前提とする離散値系の手法であり、その代表としてセルラー・オートマトン(cellar automaton)がある[4]．多くの非線形な複雑系はこのセルラー・オートマトンで記述される[5]．

以上のことを鑑み、本稿では筆者等が提案する1/fゆらぎ解析法と複雑系に関するいくつかの考察を行う．

2　1/fゆらぎ周波数の抽出

2.1　1/f ゆらぎ周波数とは

一般に任意の周期波形 $f(t)$ は平均値 a_0、余弦波 $a_i\cos(i\omega t)$ および正弦波 $b_i\sin(i\omega t)$ の和で表される．ここで、$i=1,2,..,\infty, \omega=2\pi/T=2\pi f$ (角周波数)とする．

すなわち、

$$\begin{aligned}\mathbf{f}(t) &= a_0+\sum_{i=1}^{\infty}\left[a_i\cos(i\omega t)+b_i\sin(i\omega t)\right]\\ &= a_0+\sum_{i=1}^{\infty}\sqrt{a_i^2+b_i^2}\cos\left[i\omega t-\tan^{-1}\left(\frac{b_i}{a_i}\right)\right]\\ &= a_0+\sum_{i=1}^{\infty}c_i\cos\left[i\omega t-\tan^{-1}\left(\frac{b_i}{a_i}\right)\right]\end{aligned} \quad (1)$$

が成り立つ．

(1) 式の高調波次数 i と高調波の振幅 c_i の関係を両対数でFig. 1に示すように描く．

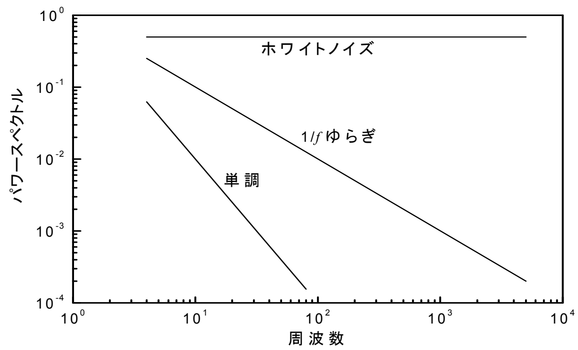

Fig.1 Definition of 1/f fluctuation frequency

Fig. 1で、周波数に無関係に振幅（パワースペクトル）が一定値をとる周波数特性はパルスやホワイトノイズに見られ、人間の感性ではランダム性が大きく不快感を与える．他方、高周波数になると急激に振幅が減衰する波形は単調な信号、例えば単純な正弦波などであり、人間の感性に対して単調すぎて飽きられる感覚を与える．周波数に反比例して振幅が減衰する特性、すなわち、振幅が1/fに比例して減衰する周波数特性を1/fゆらぎ周波数特性と言い、人間の感性に対して心地よい感覚を与える．心地よさの測定は脳波でα波の発生度合いを測定することで検証される．

2.2　1/f ゆらぎ周波数を持つ波形の性質

乱数を用いて生成した 1/f ゆらぎ周波数の波形を Fig.

08PR0003/08/0000-0064 ¥400 ©2008 SICE

2 に示す．Fig. 2 のフーリエスペクトラム対高調波次数の関係をそれぞれの対数で描くと Fig. 3 となる. Fig. 3 で、直線は最小自乗法で得られた直線近似であり、その勾配は-1.002 であり、1/f ゆらぎ周波数特性が抽出された.

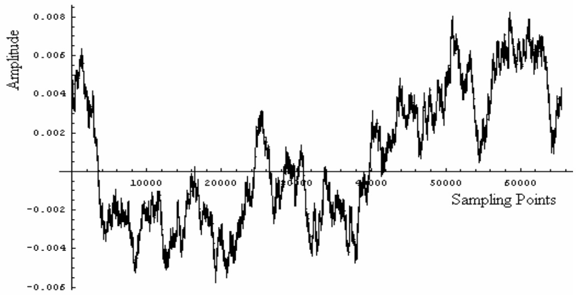

Fig. 2 An example of waveform having 1/f frequency characteristic.

Fig. 4はFig. 2に示す波形のサンプリング個数を半分、すなわち、全データが65536点からなる波形の前半部分32768個からなる波形のフーリエ･パワースペクトラム対高調波次数の関係である．Fig. 4で、直線は最小自乗法で得られた近似であり、その勾配は-0.978であり、1/fゆらぎ周波数特性は、やや大きな誤差であるが、近似的に抽出された．同様にFig. 2の波形で、第16384から第57344点まで40960個の波形から得られた周波数特性を直線近似して得られる勾配は-0.998となった.

拠って、1/fゆらぎ周波数特性を呈する波形はサンプリング個数に拠らず、1/fゆらぎ周波数特性を近似的に与える．その近似精度はサンプリング個数に比例することが判明した.

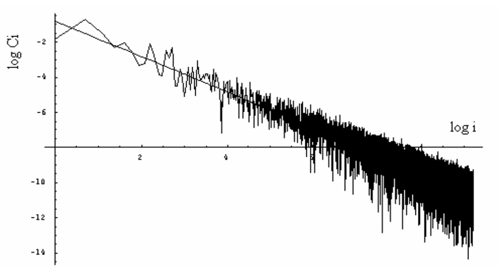

Fig.3 $\log c_i$ *versus* $\log i$ *characteristic*

Straight line denotes the least squares approximation having -1.002 gradients.

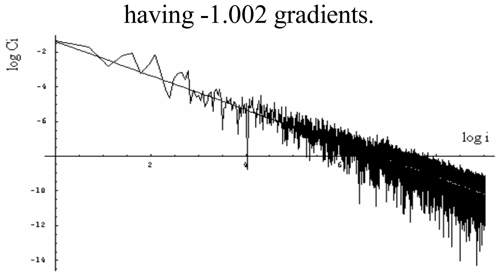

Fig.4 $\log c_i$ *versus* $\log i$ *characteristic*

Straight line denotes the least squares approximation having -0.978 gradients

2.3 動画像から 1/f ゆらぎ周波数特性の抽出

カラー動画像の任意の1フレームは赤､緑および青成分からなる．赤、緑、青画像はそれぞれ独立なモノクロ画像として表現できる.

Fig. 5は時間t_1, t_2, t_3におけるそれぞれのモノクロフレーム画像を示す．Fig. 5で、全体のフレーム画像に共通なx,yスクリーン座標上の任意の画素位置における画素値を式(1)の周期関数 $f(t)$ に対応させて時間(フレーム)軸方向の1/fゆらぎ周波数特性を求める．すなわち、画素(pixel)毎にフレーム方向に生ずる1/fゆらぎ周波数特性を求める．このため、動画像の1/fゆらぎ周波数特性は1枚の静止画として抽出される.

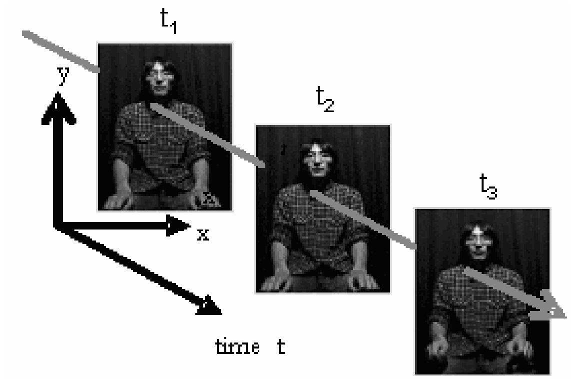

Fig.5 Sequential 3 frame monochrome images

2.4 フィルター

いま、横軸の画素位置 j、縦軸の画素位置 k における第 i 次高調波のフーリエ・パワースペクトラムを

$$\left|F_{j,k}(i\omega)\right| = \left|c_i\right|_{j,k},\ i = 0,1,..,l-1 \tag{2}$$

とすれば、

$$\mathbf{y}_{j,k} = \left[\log\left|F_{j,k}(\omega)\right| \quad \log\left|F_{j,k}(2\omega)\right| \quad \cdot \quad \log\left|F_{j,k}(l\omega)\right|\right]^T,$$
$$\mathbf{x}_{j,k} = \left[\log\omega \quad \log 2\omega \quad \cdot \quad \log l\omega\right]^T, \mathrm{i} = 1,2,..,m,\ j = 1,2,..,n \tag{3}$$

に対して、直線近似

$$y = a + bx \tag{4}$$

を適用するとすれば、以下の線形システム方程式が成り立つ.

$$\mathbf{Y}_{j,k} = C\mathbf{X}_{j,k},$$
$$\mathbf{Y}_{j,k} = \left[\log\left|F_{j,k}(\omega)\right| \quad \log\left|F_{j,k}(2\omega)\right| \quad \cdot \quad \log\left|F_{j,k}(l\omega)\right|\right]^T,$$
$$\mathbf{X}_{j,k} = \left[a \quad b\right]^T,$$
$$C = \begin{bmatrix} 1 & \log\omega \\ 1 & \log 2\omega \\ \cdot & \cdot \\ 1 & \log l\omega \end{bmatrix}, \quad \mathrm{j} = 1,..,m, \quad k = 1,..,n \tag{5}$$

(5)式の線形システム方程式の係数行列 C は l（フレーム数）行 2 列であるから不適切(ill posed)である．こ

のため、(5)式の近似解ベクトル $\mathbf{X}_{ij,k}{}^{*}$ は誤差ノルム

$$\left|\mathbf{r}_{j,k}\right| = \left|\mathbf{Y}_{j,k} - C\mathbf{X}_{j,k}{}^{*}\right| \tag{6}$$

を最小にする最小自乗法による解

$$\mathbf{X}_{k,j}{}^{*} = \left(C^{T}C\right)^{-1} C^{T}\mathbf{Y}_{j,k} \tag{7}$$

を採用する．

尚、実際の計算ではフーリエ係数の精度を勘案して全フレーム数の 1/4 項までに対応するフーリエ・パワースペクトラムから(4)式の直線近似の係数 a, b を決定した．Figs. 3,4 が得られた直線近似の例である．Fig. 6 の直線近似は比較的よく成り立っている．実際は、近似がどの程度正しいかは(6)式の残差ノルム $|\mathbf{r}_{j,k}|$ から評価できる．換言すれば、直線近似の精度を勘案して有意な 1/f ゆらぎ周波数部分のみを抽出することが可能である．例えば、(6)式から全体の平均誤差を

$$\varepsilon_{mean} = \frac{\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\left|r_{j,k}\right|}{m \times n} \tag{8}$$

で計算し、Fig. 6 に示すようにこの平均誤差を閾値とするフィルターを作成し最小自乗法が一定の精度以上で成り立つ部分のみを抽出することが可能である．

Fig. 6 An example of space filter

3 例題

3.1 音楽

音楽データはいわゆる音であり一次元データであるため、比較的に容易に解析可能である．音楽データの周波数特性は、1)音楽全体として 1/f ゆらぎを呈するもの、2)一定の周波数帯域で 1/f ゆらぎを呈するもの、さらに 3)全体としても周波数帯域別にも 1/f ゆらぎを呈さないものに大別できる．

Fig. 7 はいわゆる癒し効果を与える音楽として市販されている曲のゆらぎ解析結果である．Fig. 7 で、直線は最小自乗近似に拠る周波数特性の傾きを表し、緩やかな傾きはほぼ-1 であり、急峻な傾きは-1 よりも小さい値である．直線の傾きを観察すれば、この音楽は周波数帯域毎に単調な旋律と 1/f ゆらぎを呈する旋律

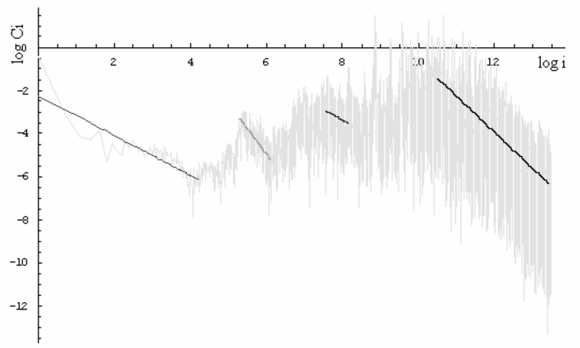

Fig. 7 An Example of Music Frequency Characteristic

が交互に配置されていることが判る．

3.2 動画像

大部分の自然界の 1/f ゆらぎ周波数特性は動画像から抽出される．化学反応などの非生物系における 1/f ゆらぎ [1]、人間の情緒活動に伴う 1/f ゆらぎ [2]、さらに磁性体の磁区挙動の 1/f ゆらぎ [3]などが報告されている．

Fig. 8 は楽器（三味線）演奏に伴う 1/f ゆらぎ周波数の抽出例である．白のドットが 1/f ゆらぎを呈する画素を示す．尚、この結果は最小自乗法の誤差ノルムを使った空間フィルター(2.4 節を参照)を使っている．

Fig. 8 1/f Fluctuation Frequency Extraction from a Music Instrument (Shyamisen) playing
White dots denote the 1/f fluctuating pixel position.

4 セルラー・オートマトン

4,1 歴史的背景

セルラー･オートマトンは 1950 年代にノイマンとウラムが考え出したものである．1970 年代から生物の形体生成のモデルに利用され､1986 年には格子ガスオートマトン法へと進化した．その後、格子ボルツマン法に発展し、複雑な流れの解析などに適用されてきた．今日では物理･科学現象、材料･交通･電子回路特性、社会･経済現象などに幅広く適用されている [4].

他方、スティーブン･ウルフラム（Stephen Wolfram、1959 年 8 月 29 日 - ）はアメリカの Wolfram Research 社の創業者で最高経営責任者であり、また、理論物理学者でもある．彼は 15 歳にして素粒子論の学術論文を執筆し、オックスフォード大学を 17 歳で卒業．その後

カリフォルニア工科大学に進み､高エネルギー物理学､場の理論、宇宙論の研究を行った．20 歳で理論物理学の研究によりカリフォルニア工科大学において Ph. D. の学位を取得した．1982 年より現在では『複雑系』に分類される自然界の複雑さについて研究し、セル・オートマトンに関する革新的研究を行った．さらに彼はそれらの成果を Review of Modern Physics 誌に掲載した [5].

4.2 磁性体における複雑系

a)磁区　磁性体は一般に原子レベルの大きさで電子スピンに起因する磁石を持っている．これらの微少磁石は外部磁界に応じて系に蓄えられる磁気エネルギーを最小にするように運動する．原子レベルの磁石を個々に観察するのは不可能であるが、通常、磁性体中では微小磁石が複数個の凝集した塊の集合を形成する．これらの塊の集合（これを磁区と言う）、すなわち、磁区は電子顕微鏡や金属顕微鏡で観察される．

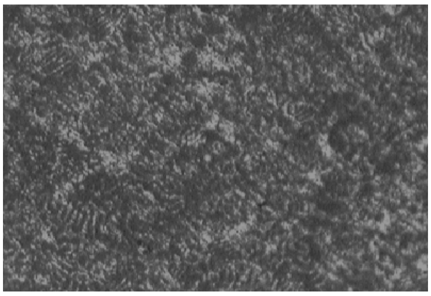

Fig. 9　A Magnetic Domain Image by Bitter Method
Sample: soft iron

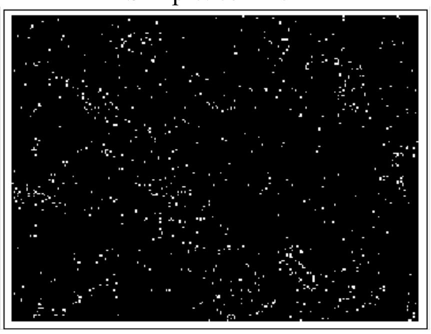

Fig. 10 1/f Fluctuating parts accompanying with magnetic domain movements.
White dots denote the 1/f fluctuating pixel position

Fig. 9 は表面磁区のみであるがビッター法で得られた磁区画像の一例である [3]. これらの磁区状態は外部磁界の強度と極性に対して運動し、Fig. 10 に示すように 1/f ゆらぎ周波数特性を呈する．

b)Preisach Model　**F.**Preisach は磁性体の磁化特性を表現するため磁化方向を軸とする 2 次元平面上で、外部磁界強度に応じて単位磁化の極性が反転するモデル、すなわち、Fig. 11 に示す Preisach モデルを考えた [6]. Fig. 11 で、∓ がゼロ、+1 が正方向の単位磁化、-1 が負方向の単位磁化であるから、明らかに Preisach の磁化モデルは外部磁界に応じて 3 値を取る一種のセルラー・オートマトンモデルである．これは、コンピュータが出現する以前の 1930 年代に於いても複雑な物理現象を表現する方法はセルラー・オートマトン型にならざるを得ないことを意味し、興味深い．

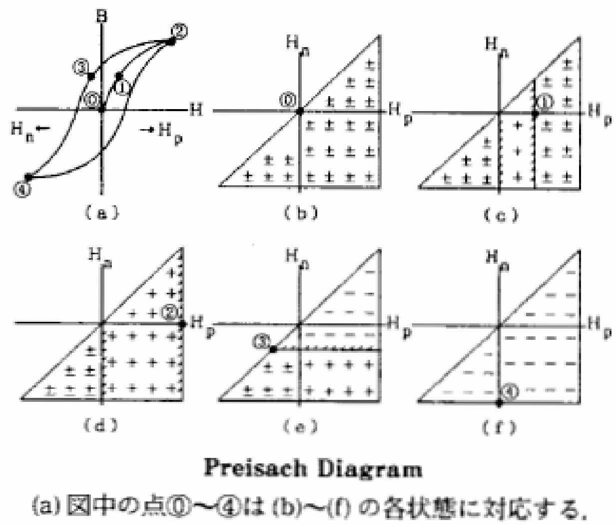

Fig. 11 Preisach Model

自己駆動粒子モデルで表現される道路の渋滞推移は 1/f ゆらぎ周波数特性を呈する. そしてそれらのシミュレーションモデルはセルラー・オートマトンで構築される [7]. さらに非線形波動の代表であるソリトン波も箱玉モデルと呼ばれるセルラー・オートマトンで表される [8].

拠って、セルラー・オートマトンは複雑系解析の有力な一方法である．

5. まとめ

本稿では信号から1/fゆらぎ周波数特性を抽出する方法とそれらの具体的例、および、セルラー・オートマトンモデルに関して概述した．

参考文献

1) 寺西正晃，丸山和夫，早野誠治，齋藤兆古，堀井清之，自然界の画像が持つ 1/f 周波数成分の可視化，可視化情報シンポジウム,B108,2005.
2) 宮坂総，齋藤兆古，加藤千恵子,” 動画像の色彩情報可視化とその応用,” 第 35 回可視化情報シンポジウム 工学院大学 2007 年 7 月 25 日, C213, Vol. 27, Suppl. No. 1 (2007 年 7 月)pp. 227-228
3) 須永高志，寺西正晃，齋藤兆古, “ビッター法による可視化磁区画像から周波数特性の抽出,” 日本 AEM 学会誌 Vol. 15,No. 2(2007) pp. 195-200
4) フリー百科事典『ウィキペディア（Wikipedia）』セル・オートマトン、ja.wikipedia.org/wiki/セル・オートマトン
5) フリー百科事典『ウィキペディア（Wikipedia）』スティーブン・ウルフラム、ja.wikipedia.org/wiki/スティーブン・ウルフラム
6) F.Preisach, Zeitscrift fur physic, 94, No.5 (1935)
7) http://soliton.t.u-tokyo.ac.jp/nishilab/http://soliton.t.u-tokyo.ac.jp/
8) http://takahashi.math.sci.waseda.ac.jp/works/public/03-Surikagaku-478 -35-preprint.pdf