504　単相篭形誘導電動機の空间高調波についての一考察

法政大学　工学部　斉藤兆古

1. まえがき　一次の矩形波状起磁力分布と二次導体によって生ずる空间高調波を考慮した単相誘導電動機の解析を行ったので報告します。

2. 理　論　一次が2P極であるとき、一次矩形波起磁力分布に起因して生ずる空间高調波の次数$\nu_1=2h+1=1,3,5,\cdots$の持つ極数は$2P\nu_1$であり、二次導体一本によって生ずる空间高調波$\nu_2=1,2,3,\cdots$は$2\nu_2$極を持ち、更に二次は各導体が一相を形成するn(=二次導体数)相星形結線とみなしえる。又、一次=二次间で相互インダクタンスが存在するには極数が一致しなければならないから[1]、$2\nu_2=2P\nu_1$即ち、$\nu_2=P\nu_1$なる次数については相互インダクタンスが存在する。以上のような一次単相二次n相のインピーダンスマトリックスは(1)式となる。

$$
[Z]=\begin{bmatrix}
R_1+D\{l_1+\sum_{\nu_1}L_{P\nu_1}\} & D\sum_{\nu_1}M_{P\nu_1}\cos\nu_1\theta & D\sum_{\nu_1}M_{P\nu_1}\cos\nu_1(\theta+\frac{2\pi P}{n}) & \cdots & D\sum_{\nu_1}M_{P\nu_1}\cos\nu_1(\theta+\frac{n-1}{n}2\pi P)\\
D\sum_{\nu_1}M_{P\nu_1}\cos\nu_1\theta & R_2+D\{l_2+\sum_{\nu_2}L_{\nu_2}\} & D\sum_{\nu_2}L_{\nu_2}\cos\frac{2\pi}{n}\nu_2 & \cdots & D\sum_{\nu_2}L_{\nu_2}\cos\frac{n-1}{n}2\pi\nu_2\\
D\sum_{\nu_1}M_{P\nu_1}\cos\nu_1(\theta+\frac{2\pi P}{n}) & D\sum_{\nu_2}L_{\nu_2}\cos\frac{2\pi}{n}\nu_2 & R_2+D\{l_2+\sum_{\nu_2}L_{\nu_2}\} & \cdots & D\sum_{\nu_2}L_{\nu_2}\cos\frac{n-2}{n}2\pi\nu_2\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\
D\sum_{\nu_1}M_{P\nu_1}\cos\nu_1(\theta+\frac{n-1}{n}2\pi P) & D\sum_{\nu_2}L_{\nu_2}\cos\frac{n-1}{n}2\pi\nu_2 & D\sum_{\nu_2}L_{\nu_2}\cos\frac{n-1}{n}2\pi\nu_2 & \cdots & R_2+D\{l_2+\sum_{\nu_2}L_{\nu_2}\}
\end{bmatrix}\quad\cdots(1)
$$

R_1, R_2：一次二次の抵抗　l_1, l_2：一次二次の漏洩インダクタンス　$L_{P\nu_1}$, L_{ν_2}：高調波に対する一次二次の自己インダクタンス　$M_{P\nu_1}$：高調波に対する一次二次间の相互インダクタンス　θ：電気角に換算された機械角　D：$=\frac{d}{dt}$

$$
[n]=\frac{1}{\sqrt{n}}\begin{bmatrix}
\sqrt{n} & & & & \\
 & 1 & 1 & \cdots & 1\\
 & 1 & \alpha & \cdots & \alpha^{n-1}\\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\
 & 1 & \alpha^{n-1} & \cdots & \alpha
\end{bmatrix}\quad\cdots(2)\qquad \alpha=\varepsilon^{j\frac{2\pi}{n}}
$$

$$
[Z]'=[n]\cdot[Z]\cdot[n]^*_t\quad\cdots(3)
$$

t：転置　$*$：共役

(1)式を(2)式に示すマトリックスを使って(3)式の演算で座標変換を行なう。(3)式の演算結果を二次の零相分となる次数を除いて、$P\nu_1=gn+r=p(2h+1)$，$P\nu_1'=(1+g')n-r=p(2h'+1)$として(4)式に示す。今、一次に$\sqrt{2}\cdot V\cdot\cos\omega t=\frac{V}{\sqrt{2}}(\varepsilon^{j\omega t}+\varepsilon^{-j\omega t})$なる電圧が印加されているとしたとき、(4)式で各高調波電流が全っく独立して存在し、一次回路に高調波電流が流れないと仮定すると、電流は(6)式の如く書ける。トルクは$\frac{d\theta}{dt}=\omega_m=(1-S)\omega$として(5)式で計算される[2]。

$$
[Z]'=\begin{bmatrix}
R_1+D\{l_1+\sum_{\nu_1}L_{P\nu_1}\} & \cdot\cdot & D\frac{\sqrt{n}}{2}\{\sum_g M_{gn+r}\varepsilon^{j(gn+r)\frac{\theta}{P}}+\sum_{g'}M_{(1+g')n-r}\varepsilon^{-j((1+g')n-r)\frac{\theta}{P}}\} & & D\frac{\sqrt{n}}{2}\{\sum_g M_{gn+r}\varepsilon^{-j(gn+r)\frac{\theta}{P}}+\sum_{g'}M_{(1+g')n-r}\varepsilon^{j((1+g')n-r)\frac{\theta}{P}}\} & \cdot\cdot\\
\vdots & \cdot & & & & \\
D\frac{\sqrt{n}}{2}\{\sum_g M_{gn+r}\cdot\varepsilon^{-j(gn+r)\frac{\theta}{P}}+\sum_{g'}M_{(1+g')n-r}\varepsilon^{j((1+g')n-r)\frac{\theta}{P}}\} & & R_2+D\{l_2+\frac{n}{2}\sum_g L_{gn+r}\} & & & \\
\vdots & & & \cdot & & \\
D\frac{\sqrt{n}}{2}\{\sum_g M_{gn+r}\varepsilon^{j(gn+r)\frac{\theta}{P}}+\sum_{g'}M_{(1+g')n-r}\varepsilon^{-j((1+g')n-r)\frac{\theta}{P}}\} & & & & R_2+D\{l_2+\frac{n}{2}\sum_g L_{gn+r}\} & \\
\vdots & & & & & \cdot
\end{bmatrix}\quad\cdots(4)
$$

$$
\tau=\frac{P}{4\omega_m}\left[[I]^*_t\cdot\left\{\frac{\partial}{\partial t}[Z]'\right\}\cdot[I]\right]\quad\cdots(5)
$$

(5)式で、特定の $P\nu_1$ と $P\nu_1'$ なる次数の高調波に起因する結果は、$\tau'=\tau_1+\tau_1'+\tau_2+\tau_2'+\tau_3+\tau_3'+\tau_4+\tau_4'$ として $\tau''=\tau'+\tau'^*$ となる。ここで各項は(7)式に示してある。

$$[I]=\left[\begin{array}{l} I_1\varepsilon^{j\omega t}+I_1^*\varepsilon^{-j\omega t} \\ \vdots \\ \sum_g\left\{I_{gn+r}\varepsilon^{j\{\omega t-(gn+r)\frac{\theta}{p}\}}+I'^*_{gn+r}\varepsilon^{-j\{\omega t+(gn+r)\frac{\theta}{p}\}}\right\}+\sum_{g'}\left\{I_{1\mp g'n-r}\varepsilon^{j\{\omega t+(1\mp g'n-r)\frac{\theta}{p}\}}+I'^*_{1\mp g'n-r}\varepsilon^{-j\{\omega t-(1\mp g'n-r)\frac{\theta}{p}\}}\right\} \\ \vdots \\ \sum_g\left\{I'_{gn+r}\varepsilon^{j\{\omega t+(gn+r)\frac{\theta}{p}\}}+I^*_{gn+r}\varepsilon^{-j\{\omega t-(gn+r)\frac{\theta}{p}\}}\right\}+\sum_{g'}\left\{I'_{1\mp g'n+r}\varepsilon^{j\{\omega t-(1\mp g'n-r)\frac{\theta}{p}\}}+I^*_{1\mp g'n+r}\varepsilon^{-j\{\omega t+(1\mp g'n-r)\frac{\theta}{p}\}}\right\} \\ \vdots \end{array}\right] \quad \cdots (6)$$

$$\tau_1=j\frac{\sqrt{n}(gn+r)}{4\omega_m}M_{gn+r}\left\{I_1^*\cdot I_{gn+r}+I_1\cdot I'^*_{gn+r}\right\},\quad \tau_1'=j\frac{\sqrt{n}(1\mp g'n-r)}{4\omega_m}M_{1\mp g'n-r}\left\{I_1^*\cdot I'_{1\mp g'n-r}+I_1\cdot I^*_{1\mp g'n-r}\right\},\quad \tau_2=j\frac{\sqrt{n}(gn+r)}{4\omega_m}\left\{I_1 I_{1\mp g'n-r}\varepsilon^{j\{2\omega t+(1+g+g')\frac{n\theta}{p}\}}\right.$$
$$\left.+I_1^*\cdot I'^*_{1\mp g'n-r}\varepsilon^{-j\{2\omega t-(1+g+g')\frac{n\theta}{p}\}}\right\}M_{gn+r},\quad \tau_2'=j\frac{\sqrt{n}(1\mp g'n-r)}{4\omega_m}M_{1\mp g'n-r}\left\{I_1\cdot I'_{gn+r}\varepsilon^{j\{2\omega t+(1+g+g')\frac{n\theta}{p}\}}+I_1^*\cdot I^*_{gn+r}\varepsilon^{-j\{2\omega t-(1+g+g')\frac{n\theta}{p}\}}\right\},\quad \tau_3=j\frac{\sqrt{n}(gn+r)}{4\omega_m}M_{gn+r}\left\{I_1^*\cdot I_{1\mp g'n-r}\right.$$
$$\left.\times\varepsilon^{j(1+g+g')\frac{n\theta}{p}}+I_1\cdot I'^*_{1\mp g'n-r}\varepsilon^{j(1+g+g')\frac{n\theta}{p}}\right\},\quad \tau_3'=j\frac{\sqrt{n}(1\mp g'n-r)}{4\omega_m}M_{1\mp g'n-r}\left\{I_1^*\cdot I'_{gn+r}\varepsilon^{j(1+g+g')\frac{n\theta}{p}}+I_1\cdot I^*_{gn+r}\varepsilon^{j(1+g+g')\frac{n\theta}{p}}\right\},\quad \tau_4=j\frac{\sqrt{n}(gn+r)}{4\omega_m}M_{gn+r}\left\{I_1^*\cdot I'^*_{gn+r}\varepsilon^{-j2\omega t}\right.$$
$$\left.+I_1\cdot I_{gn+r}\varepsilon^{j2\omega t}\right\},\quad \tau_4'=j\frac{\sqrt{n}(1\mp g'n-r)}{4\omega_m}M_{1\mp g'n-r}\left\{I_1^*\cdot I^*_{1\mp g'n-r}\varepsilon^{-j2\omega t}+I_1\cdot I'_{1\mp g'n-r}\varepsilon^{j2\omega t}\right\} \quad \cdots (7)$$

ここで τ_1, τ_1' は非同期トルク、τ_2, τ_2' は同期トルク。その同期速度は $\theta=(1-S)\omega t$ として指数の項が零となる滑りである。即ち $S=1\pm 2p/(1+g+g')n$ の滑りである。これは $P\nu_1=gn+r$ と $P\nu_1'=(1+g')n-r$ の次数の相互インダクタンスが(4)式中で同行同列となるためである。このときの二次導体数と極数の関係は、$(1+g+g')n=2P(h+h'+1)$ であって、このトルクには、$\nu_1+\nu_1'=(1+g+g')n/P$ を満足する高調波のすべてが同時に寄与する。τ_3, τ_3' は速度によって変化する振動トルクであり、τ_4, τ_4' は電源の2倍の周波数をもつ振動(無効脈動トルク)トルクである。

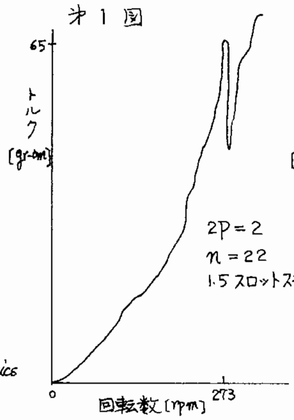
3. 実　験

実験例を第1図〜第3図に示し、理論よりこの同期トルクに寄与する高調波の計算例と同期速度の計算値を第1表に示してある。

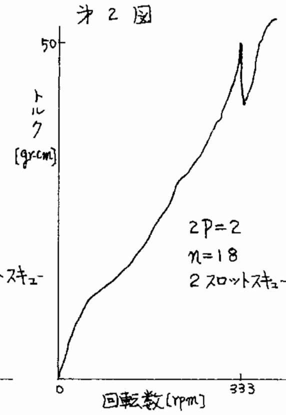
4. 結　言

定性的であるが実験的に理論が証明できた。籠形回転子を有する誘導機の高調波に対して有力な理論であると思われる[3]。

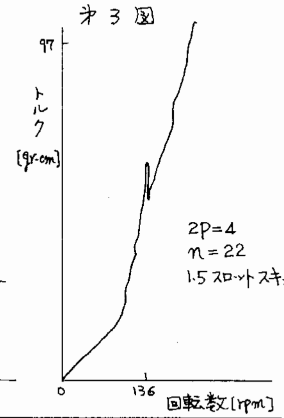
第1図



第2図



第3図



n=22 P=1	ν_1	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	273 [rpm]
	ν_1'	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	
n=18 P=1	ν_1	1	3	5	7	9	11	13	15	17			333 [rpm]
	ν_1'	17	15	13	11	9	7	5	3	1			
n=22 P=2	ν_1	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	136 [rpm]
	ν_1'	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	

第1表

文　献

(1) Štafl : Electrodynamics of Electrical Machines.
(2) Nasar : Electromagnetic Devices and Systems.
(3) 斉　藤 : m相籠形誘導電動機の高次調波に関する一考察 : 電学誌投稿中