

フラット誘導電動機の解析

Analysis of Flat Induction Motor

石澤 整 早野 誠治 齊藤 兆古
O. Ishizawa, S. Hayano and Y. Saito

法政大学 工学部
College of Engineering, Hosei University

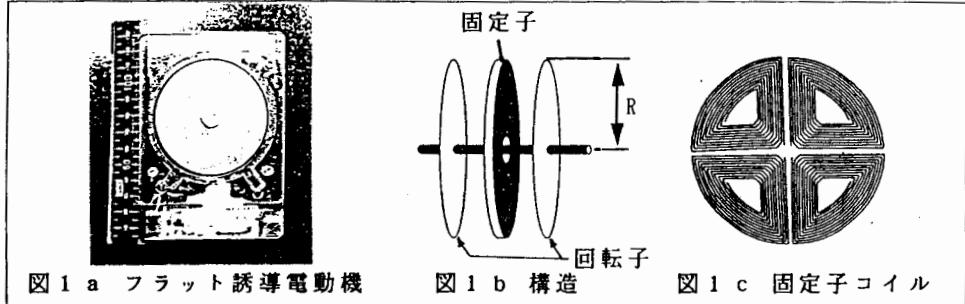
1. まえがき

- 1) 単位重量当たりの出力が大きい
2) 高周波運転で高効率
3) 構造が簡単で、頑丈
4) 形状が超薄型から大型まで可変
5) 大きさが超小型から大型まで可変
6) 集積化によるリソグラフの活用

2 理論

2.1 フラット誘導電動機のモデリング

供試機を図1aに、その構造を図1bに示す。固定子は図1cのようなコイルを積層し、FRPで固定したものである。固定子は三相巻線を有し、両面に回転磁界を生ずるので、回転子は固定子両面に平行に設けられる。ここでRを固定子半径として、供試機を平均半径 R' ($R'=R/2$)における円周方向に沿って展開すると図2のようになる。 g , t_r はそれぞれエアギャップ、回転子の厚さを表す。このとき極ピッチ τ は、極対数を p として、

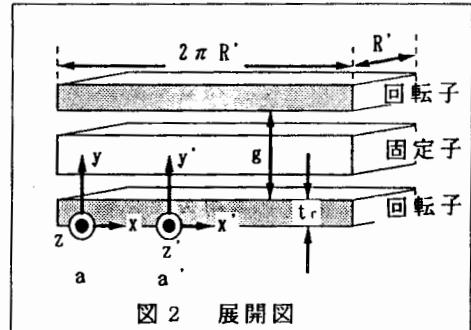


$$\tau = 2\pi R'/2p \quad (1)$$

ここで座標 $a(x, y, z)$ を回転子上の移動座標、座標 $a'(x', y', z')$ を原点座標とすると両座標間には、 ω :電源角周波数、 s :すべり、 t :時間として、

$$x' = x + (1-s)\omega t (\tau/\pi) \quad (2)$$

となる[3]。本稿ではこのようにして、円盤型から円筒座標へ展開したこれらの座標系を用いて解析を行った。



2.2 理論

2.2.a 線形化 Chua型磁化特性モデルの導入

一般に、回転子が磁性体のときは回転ヒステリシスが生ずる。この回転ヒステリシスループを磁気飽和を無視して楕円ループで近似する。よって、回転子中の各点はその位置に応じて異なった大きさの楕円ループを描くこととなる。このとき、このループ群の方程式は次式で表される。

$$B = B_m \cos \theta \quad (3a)$$

$$H = (B_m/\mu) \cos(\theta + \rho) \quad (3b)$$

ただし、 B_m は各ループの磁束密度最大値、 μ , ρ はそれぞれ透磁率、ヒステリシス角である。ここで、固定子回転起磁力が正弦波分布であれば、

$$\theta = \omega t - \pi x'/\tau + \theta_0 \quad (4a)$$

$$\theta = s\omega t - \pi x/\tau + \theta_0 \quad (4b)$$

θ_0 :位相角

このとき交流ベクトルで表した B, H の関係は、

$$B = \mu H \quad (5a)$$

であり、 μ は複素透磁率であるから、

$$\mu = |\mu| e^{-j\phi} \quad (5b)$$

と表せる。この複素透磁率を表すため線形化Chua型モデルを適用する。いま、可逆透磁率を μ_r 、ヒステリシス係数をcとすれば、磁界Hと磁束密度Bの関係はChua型モデルによって、次式のように表される[4]。

$$H = \frac{1}{\mu} B + \frac{1}{c} \left(\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right) \quad (6a)$$

(6a)式で、 μ, μ_r, c は一定値で、 H, B は時間に対して正弦波状に変化するので複素記号法 $d/dt = j\omega$ を適用し、変形すると、

$$\begin{aligned} \mu &= B/H \\ &= \frac{\mu}{c^2 + (s\omega\mu)^2} \{c^2 + (s\omega)^2 \mu\mu_r - j s\omega (\mu - \mu_r) c\} \end{aligned} \quad (6b)$$

この式を(5b)式の形に変形すれば、

$$|\mu| = \frac{\sqrt{c^2 + (s\omega\mu_r)^2}}{\sqrt{c^2 + (s\omega\mu)^2}}, \quad \rho = \tan^{-1} \frac{s\omega(\mu - \mu_r)c}{c^2 + (s\omega)^2 \mu\mu_r} \quad (6c)$$

となる。これが本稿で用いる複素透磁率である。

2.2.b システム方程式

上記の複素透磁率を用いて回転子中のシステム方程式を導出するためにいくつかの仮定をおく。

(1) 回転子円盤の外周と内周における終端効果は無視し、半径方向のみの電流成分を考慮する。

ここで固定子は対称m相巻線を有し、第k相の導体の周辺密度の分布 $Z_{(k)}$ は正弦波状であるとすれば、

$$Z_{(k)} = Z \cos(\pi x' / \tau - (k-1)2\pi/m) \quad (7a)$$

Zは導体密度最大値を表し、半径方向の平均値を考慮すると、 K_w :巻線係数、W:一相全巻数として、

$$Z = (K_w 2W / 2p) (2/\pi) \quad (7b)$$

ここで平衡m相の正弦波電流

$$i_{(k)} = \sqrt{2} I \cos(\omega t - (k-1)2\pi/m + \phi_0) \quad (7c)$$

が流れているとき、固定子合成起磁力Fが、

$$F = (m/2) \sqrt{2} I Z \cos(s\omega t - \pi x' / \tau + \phi_0) \quad (7d)$$

と表せるとする。さらに、

- (2) ギャップは一様とする。
- (3) 回転子から外部への漏れ磁束は無視する。
- (4) 固定子の純抵抗分は運転中不変である。

以上の仮定のもとで、すべり s において回転子中で次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H} &= \mathbf{I} \\ \text{rot } \mathbf{E} &= -js\omega \mathbf{B} \\ \text{div } \mathbf{B} &= 0 \\ \text{ただし、 } \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H}, \mathbf{I} = k \mathbf{E} \end{aligned} \right] \quad (8)$$

(8)式より、磁束密度 \mathbf{B} に関する微分方程式

$$\nabla^2 \mathbf{B} = js\omega \kappa \mu \mathbf{B} \quad (9)$$

がシステム方程式として得られる。ここで、仮定(1)より、 \mathbf{B} の半径方向成分は0であるから、 $B_z = 0$ としてよい。さらに、円周方向 x の境界条件が、

$$(B_x)_{x=0} = (B_x)_{x=2\pi r} \quad (10a)$$

と表される。軸方向 y の境界条件は、仮定(3)から、

$$(B_y)_{y=0} = 0 \quad (10b)$$

さらに回転子表面の \mathbf{B} の y 成分（ギャップ磁束密度）が、最大値を B_{gm} として、

$$(B_y)_{y=r} = B_{gm} \cos(s\omega t - \pi x/\tau + \phi_1) \quad (10c)$$

すなわち

$$(B_y)_{y=r} = (B_{gm}/\sqrt{2}) e^{-j(\pi x/\tau - \phi_1)} \quad (10d)$$

と与えられれば、(9)式の解は、 B_x, B_y が B_{gm} を含むすべり s の関数として得られる。よって磁界 \mathbf{H} の各成分は、

$$\left. \begin{aligned} H_x &= B_x/\mu \\ H_y &= B_y/\mu \\ H_z &= 0 \end{aligned} \right] \quad (10e)$$

さらに、電流密度 \mathbf{I} は (8)式、(10e)式および \mathbf{B} の各成分から、

$$\left. \begin{aligned} I_x &= I_y = 0 \\ I_z &= -(\tau/\pi) s\omega k B_y \end{aligned} \right] \quad (10f)$$

2.2.c ヒステリシストルク

磁気ヒステリシスにより回転子一枚に発生する力 F_H は、回転子中の \mathbf{B}, \mathbf{H} の成分を用いて次式で表される。

$$F_H = p \int_0^{R'} \int_0^{\tau} \int_0^{2\pi} [B_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + B_y \frac{\partial H_y}{\partial x} + B_z \frac{\partial H_z}{\partial x}] dx dy dz \quad (11a)$$

上式は T e a r e 氏のヒステリシストルクの式（円筒座標表示）に対応する直線力の式である[3]。よって回転子の移動速度を v_r とすると、ヒステリシス出力 P_H は全体で、

$$P_H = 2F_H v_r = 2F_H \omega (1-s) \tau / \pi \quad (W) \quad (11b)$$

P_H を回転子角速度で割ると、ヒステリシストルク T_H が得られる。

$$T_H = P_H p / \omega (1-s) \quad (Nm) \quad (11c)$$

2.2. d 湧電流トルク

回転子中の微小体積 dV に発生する x 方向の游電流力 dF_E は、図 3 にフレミングの左手の法則を適用して、

$$dF_E = -B_y \cdot l_z dx dy dz \quad (12a)$$

となるので、回転子一枚につき游電流力は、

$$F_E = -p \int_0^{R'} \int_0^{\tau} \int_0^{2\pi} B_y l_z dx dy dz \quad (N) \quad (12b)$$

よって游電流出力 P_E は全体では、

$$P_E = 2F_E v_r = 2F_E \omega (1-s) \tau / \pi \quad (W) \quad (12c)$$

うず電流トルク T_E は、 P_E を回転角速度で割って得られる。

$$T_E = P_E p / \omega (1-s) \quad (Nm) \quad (12d)$$

2.3 等価回路

ここではギャップ磁束密度 B_{gm} と固定子電圧 V 、電流 I の関係を求めるために、等価回路を誘導する。図 4 のように、微小幅 dx をもった閉磁路 C をとり、アンペアの周回積分を適用する。 H_x が 2 枚の回転子表面で等しいとすると、

$$F \pi dx / \tau = (H_g + dH_g) g - H_g g + 2(H_x)_{y=\tau} dx \quad (13a)$$

ただし、 F は固定子回転起磁力の周辺密度で、

$$F = (m/2) I Z e^{-j(\alpha x / \tau - \phi)}$$

H_g はギャップ磁界を表し、

$$H_g = (B_y)_{y=\tau} / \mu_0 \quad (14)$$

上式の両辺を $\pi dx / \tau$ で割って整理すると、

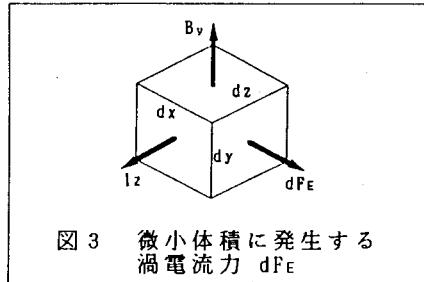


図 3 微小体積に発生する游電流力 dF_E

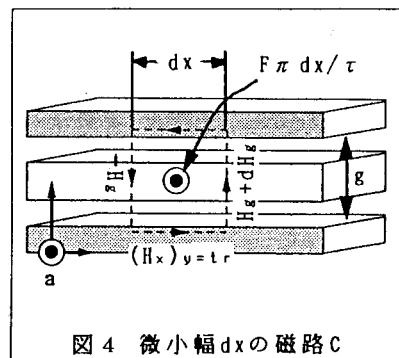


図 4 微小幅 dx の磁路 C

$$F = -\frac{\tau g}{\pi} \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{2\tau}{\pi} (H_x)_{y=tr} \quad (15)$$

(15)式において、右辺第1項は、固定子起磁力Fがギャップに、第2項は回転子にかかるることを示す。

ここで固定子1相の電流をI、 I_g, I_r をそれぞれギャップおよび回転子に起磁力を供給する固定子電流成分とすれば、

$$I = I_g + I_r \quad (16)$$

固定子巻線の第k相に誘導される起電力Eは、

$$E = - \int_0^{2\pi r} (B_y)_{y=tr} R' \Phi Z(k) dx \quad (17a)$$

ただし、 $(B_y)_{y=tr}$ は固定子側に換算したものを表し、Eの正方向はIの正方向にとってある。上式を解いて(7b)式を代入すると、

$$E = -\sqrt{2}\pi K_w W f \Phi e^{-j((k-1)2\pi/n - \phi)} \quad (17b)$$

また、1極の磁束Φは

$$\Phi = (2/\pi) B_{gm} \tau R' \quad (18)$$

この磁束に起因する逆起電力Eに対する印加電圧をE₁とすれば、

$$E_1 = -E \quad (19)$$

この式と、(16)式の I_g, I_r を求めることにより、等価回路の枝路インピーダンスが得られる。 x_g を励磁リアクタンス、 Z_r を回転子の等価インピーダンスとして

$$E_1/I_g = jx_g \quad (20)$$

$$E_1/I_r = Z_r \quad (21)$$

である。固定子の漏れ磁束は仮定(3)において無視しているので、漏れインピーダンスとして固定子抵抗 r_1 を(20)、(21)に加えれば等価回路が得られ、図5のように表せる。さらに Z_r と x_g の並列合成インピーダンスを Z_{rg} とすれば固定子電流Iが、

$$I = E_1/Z_{rg} \quad (22)$$

となり、 Z_{rg} と r_1 の合成インピーダンス(電動機1相インピーダンス)を Z_t とすれば、固定子への印加電圧Vは、

$$V = I Z_t \quad (23)$$

となる。

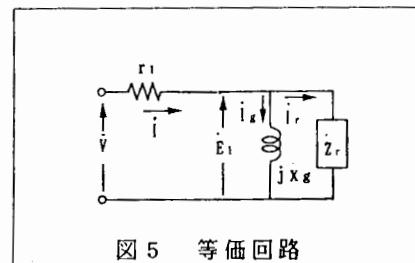


図5 等価回路

3. 実験

3.1 供試機

供試機の諸定数は表1の通りである。

表1 試作機の諸定数

固定子

外径	70 [mm]	一相巻数	120
厚さ	2.5 [mm]	巻線係数	0.80
極数	4	一相抵抗	2.6 [Ω]
線径	0.3 [mm]	一相インダクタンス	0.08 [mH]

回転子

外径	70 [mm]	透磁率	1.51×10^{-4} [H/m]
厚さ	0.5/0.8 [mm]	可逆透磁率	2.10×10^{-5} [H/m]
慣性モーメント	$1.76 \times 10^{-5} / 2.85 \times 10^{-5}$ [kgm ²]		
材質	商用鉄板	ヒステリシス係数	1.898
形状	無垢円盤	エアギャップ(総合)	4.5 [mm]

実験値は速度微分法を用いて求めた。T:トルク、P:出力とすれば、

$$T = J(d\omega_n/dt) + F\omega_n \quad [Nm] \quad (24)$$

$$P = \omega_n T \quad [W] \quad (25)$$

ただし、J:慣性モーメント、 ω_n :回転子角速度、F ω_n :摩擦

理論値の計算手順は以下の通りである。

1. 拘束時のZ_t、Z_{rg}を計算する。
2. Iを(23)式より求める。
3. E₁を(22)式より求める。
4. (17b)、(19)式から得られる関係式

$$B_{gn} = \pi E_1 / (\sqrt{2}\omega K_u W \tau R') \quad (26)$$

よりギャップ磁束密度の最大値B_{gn}が得られる。

5. 任意のすべりにおける出力とトルクは(11b)、(11c)、(12c)、(12d)から、および固定子電流は(22)式から得られる。

3.2 実験値と計算値

実験値は、厚さt_rが0.5, 0.8 [mm]の回転子を用い、相電圧2.5[V]、周波数fが50, 100, 500, 1000 [Hz]の場合について測定した値である。測定は電源投入後十分な時間をおいて熱的に安定した状態から開始した。供試機は回転子円盤が水平になるようセッティングした。回転速度は光学式計測機を用いて測定した。図6 a ~ dに0.5 [mm], e ~ hに0.8 [mm]の場合の実験値と計算値を示す。

3.3 実験値と計算値の比較および考察

本稿で用いた供試機は固定子の厚さを除くとしても片側のエアギャップが1 [mm]にも達するため、空気中の透磁率が支配的となっている。そのためトルクは微小で、摩擦等の影響が無視できない。0.5 [mm], 50 [Hz]の測定以外では同期速度に達

する前に実測トルクが0になってしまふ。よってそれ以外の測定条件では(21)式中に示した摩擦力を考慮した値を実験値としている。

電流の実験値と理論値は、いずれの条件においてもよく一致している。電流値はすべりに対しほぼ一定で、これは一次抵抗が支配的であることに起因する。

トルクと出力は、50, 100[Hz]では計算値よりかなり低めに得られていて、他の周波数ではヒステリシスカーブが細くなり、ヒステリシストルクが十分に得られないためと思われる。500[Hz]では計算値と理論値はよく一致している。1000[Hz]での測定では先に述べた摩擦の他に、回転子のゆがみに起因する風損その他損失が大きいために実測トルクが低めに得られたようである。また、始動時は二次周波数が高く回転子のゆがみによるエアギャップの変動がトルクの脈動として表れている。何れにしても、より工作精度が高く、高出力の供試機を用いれば、高周波での特性算定が可能と考えられる。参考までに、供試機が、固定子の厚さ0.3[mm]程度（例えばポリイミド50 μm +銅箔35 μm の三層構造）で、エアギャップ0.2[mm]を実現した場合、特性は計算上以下のようになる。

回転子厚さ0.5[mm], 相電圧2.5[V], 周波数500[Hz]のときの計算値

エアギャップ [mm]	1 (図6c参照)	0.2
固定子電流(始動時)[A]	0.74	0.63
始動トルク [Nm]	1.66×10^{-4}	5.0×10^{-4}
最高出力 [W]	0.067	0.2

上表のように、エアギャップの最小化が電動機の特性改善につながることが明らかである。

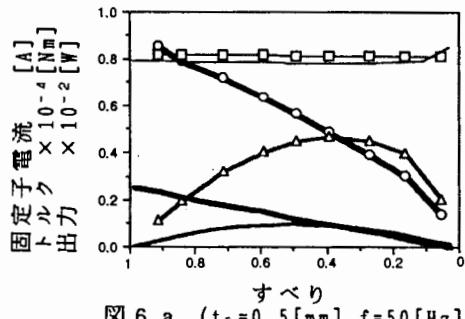


図6 a ($t_r=0.5[\text{mm}]$, $f=50[\text{Hz}]$)

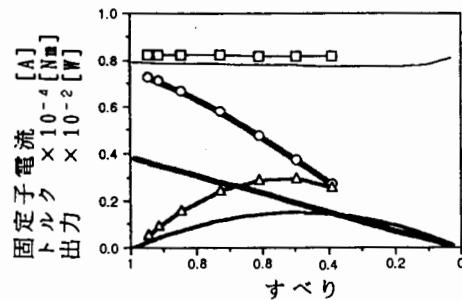


図6 e ($t_r=0.8[\text{mm}]$, $f=50[\text{Hz}]$)

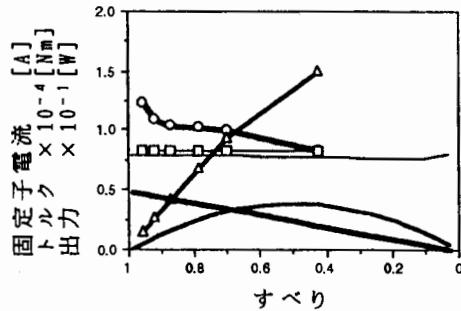


図6 b ($t_r=0.5[\text{mm}]$, $f=100[\text{Hz}]$)

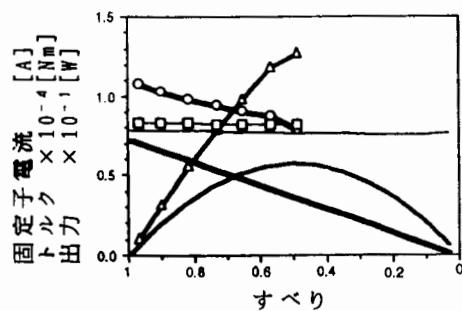


図6 f ($t_r=0.8[\text{mm}]$, $f=100[\text{Hz}]$)

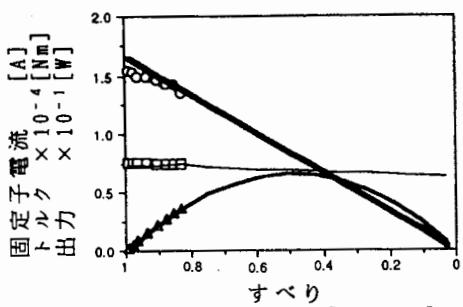


図 6 c ($t_r = 0.5$ [mm], $f = 500$ [Hz])

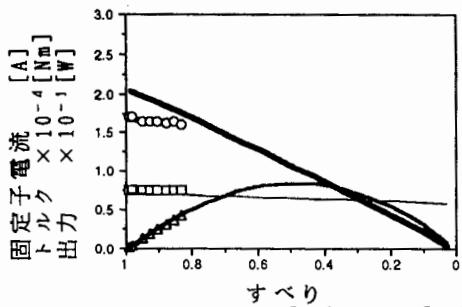


図 6 g ($t_r = 0.8$ [mm], $f = 500$ [Hz])

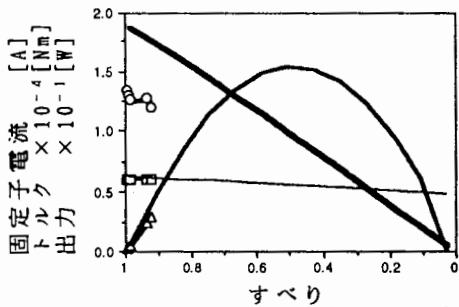


図 6 d ($t_r = 0.5$ [mm], $f = 1000$ [Hz])

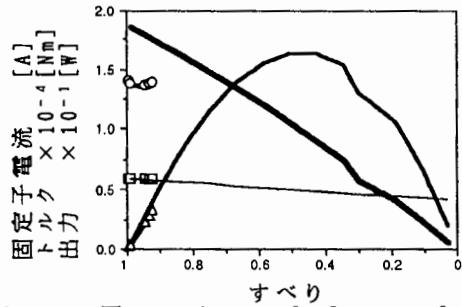


図 6 h ($t_r = 0.8$ [mm], $f = 1000$ [Hz])

図 6 計算値と実験値の比較

- トルク実験値
- △ 出力実験値
- 固定子電流実験値
- トルク理論値
- 出力理論値
- 固定子電流理論値

4. まとめ

以上、フラット誘導電動機の解析にあたり、回転子中のヒステリシスカーブを記述する複素透磁率に、Chua型磁化特性モデルの導入を行なった。計算結果は、高周波において実験値の傾向とほぼ合致し、今回の解析方法が妥当であることを示した。

参考文献

- [1] 石沢整, 早野誠治, 斎藤兆古, "フィルムモータの試作," 電気学会マグネティックス研究会資料 MAG-93-169, 1993年
- [2] O. Ishizawa et al, "The Nature of Flat Induction Motor," Proceedings of 2nd Japan-Checo-Slovak Joint Seminar, Jan. 19-21 '94 Kyoto.
- [3] 宮入庄太, 片岡昭雄, "うず電流の影響を考慮したヒステリシス電動機の一解釈法," 電気学会雑誌 Vol. 86-6, No. 933, 1966年
- [4] 宮崎淳, 早野誠治, 斎藤兆古, "線形化 Chua型磁化特性モデルと複素透磁率について," マグネティックス研究会資料 MAG-90-90, 1990年

原稿受付日	平成6年9月21日
-------	-----------